ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2014-08-25 kl. $8^{00} - 13^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm tangentplanet till ytan $\mathbf{r}(s,t) = (e^{s-t},\ st,\ s^2+t^2)$ i punkten där $s = 2$, $t = 1$. (6p)

2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$. (6p)

3. Beräkna volymen av det område som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $2x - 2y + z = 7$. (6p)

4. Låt $f(x,y) = 2 + xy - x - y$. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen f antar i det slutna området som begränsas av parabeln $y = x^2$ och linjen $y = 4$. (6p)

5. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$z''_{tt} = 9z''_{xx}.$$

   genom att utnyttja variabelbytet $u = x + 3t$, $v = x - 3t$.

6. Bestäm det största värdet z antar under bivillkoren (6p)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25, \quad \text{och} \quad (x - 2\sqrt{6})^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 + (z-6)^2 = 13.$$

7. En funktion kallas homogen av grad ett om $f(tx, ty) = tf(x,y)$ för alla $t > 0$. Visa att en sådan funktion uppfyller den partiella differentialekvationen (6p)

$$xf'_x + yf'_y = f$$