

TNSL05 – Optimering, Modellering och Planering

Föreläsning 2:

Forts. introduktion till matematisk modellering

Föreläsning 2, dagordning

Matematisk modellering, Linjära Problem (LP)

- Terminologi
 - Målfunktion
 - Beslutsvariabler
 - Bivillkor
- Formulering av modeller
- Grafisk illustration av optimeringsproblem
- Användning av indexering och summering

Kursmål: idag

Studenten ska efter avslutad kurs kunna:

- Analysera och formulera optimeringsmodeller inom ekonomiska tillämpningsområden
- Analysera och dra slutsatser från känslighetsanalys för linjära optimeringsproblem och optimeringsproblem med nätverksstruktur
- Förklara den grundläggande matematiska teorin på vilka modeller och algoritmer bygger
- Dra slutsatser från optimeringsmetoder för linjära optimeringsproblem (Simplexmetoden) samt för optimeringsproblem med nätverksstruktur (Simplex för min kostnadsflödesproblem och Dijkstras algoritm för billigasteväg problem)

Metodik för modellering

- Vad kan varieras (påverkas, styras, beslutas)?
 - (Besluts)variabler
- Vad är målsättningen, och hur påverkas den av det som kan varieras
 - Målfunktion
- Vilka restriktioner begränsar det som kan varieras
 - Bivillkor

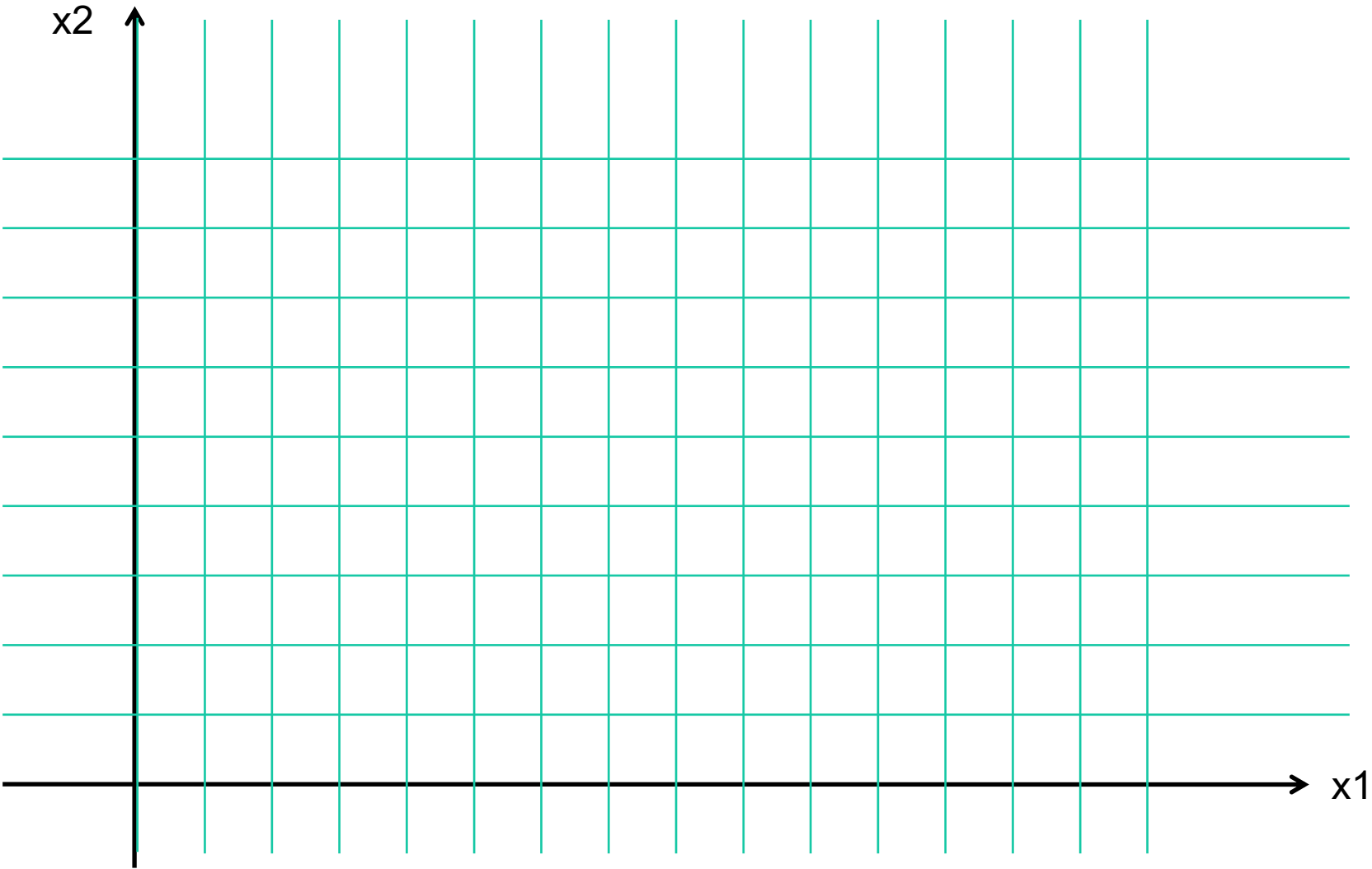
Exempel på ett optimeringsproblem

Linus har kommit på att pannkakor och sockerkakor säljer bra i Norrköping. En pannkaka ger honom 8 kronor i vinst och en sockerkaka 15 kronor.

En pannkaka tar 4 minuter att göra, medan en sockerkaka tar 10 minuter. Eftersom Linus även studerar på universitetet, har han högst 2 timmar varje dag i sin firma.

Hemligheten bakom hans goda pannkakor och sockerkakor är äggen han köper av en bonde i Askeby, och saltet hämtas ur Gullmarsfjorden. Bonden kan bara sälja 20 ägg per dag till Linus. Varje sockerkaka kräver 2 ägg och varje pannkaka $1/3$ ägg. Det nordliga klimatet gör att han bara kan få fram 20 kryddmått salt per dag. Varje pannkaka innehåller ett kryddmått salt.

- Formulera Linus (vinstmaximerings)problem!



Exempel på grafiks lösning

- Skriv upp den matematiska modellen
- Rita koordinatsystem
- Rita villkoren
 - Sätt ena variabeln=0
 - Ger en skärningspunkt
 - Vad får den andra för värde?
 - Ger en skärningspunkt
 - Samma med andra variabeln
 - 2 punkter ger en linje
 - Är Origo (eller ev. annan punkt) tillåtet?
 - Det ger vilken sida som är tillåtet
- Rita målfunktionen
 - Bestäm sedan ett värde för målfunktionen (t.ex. $z=0$)
 - Hitta två punkter som har det värdet (t.ex. origo och en till punkt)
 - Rita linjen
 - Linjen skall sedan parallellförflyttas åt något håll, så långt det går inom det tillåtna området
 - Hitta en punkt som INTE är på linjen
 - Har punkten större målfknvärde än linjens, och man skall maximera, ger det hållet linjen skal
 - » Annars skall man flytta "åt andra hållet"
 - Motsvarande för minimering

Olika klasser av optimeringsproblem

- Beroende på relationer mellan beslut, mål och begränsningar kan optimeringsproblem delas upp i olika klasser
- Vi kommer att arbeta med optimeringsproblem med linjära samband:
 - Linjära optimeringsproblem med kontinuerliga variabler (LP)
 - Linjära optimeringsproblem med heltaliga (diskreta) (och kontinuerliga) variabler (HP)
 - Optimeringsproblem med nätverksstruktur (Minkostnadsflödeproblem, MKF)
- Andra klasser där icke-linjära samband används

Exempel summering/indexering

- Ett företag har J fabriker som alla producerar I olika varor. Produktionsplaneringen för de kommande T månaderna beskriver hur mycket som ska produceras i varje fabrik av varje vara i respektive månad.
- Låt x_{ijt} vara antalet kg av vara i som produceras i fabrik j under månad t , $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T$.
- Formulera följande krav som bivillkor
 1. Antalet kg av vara i som totalt producerades i respektive månad t måste vara minst D_{it} kg
 2. Varje fabrik j kan som mest producera totalt E_{jt} kg av samtliga varor under månad t
 3. Fabrik 3, 4 och 5 kan producera exakt K kg av vara 4 under månad 1

Avslutning

Idag har vi:

- Diskuterat matematisk modellering
 - Metodik för modellering
 - Variabler
 - Målfunktion
 - Bivillkor
 - Terminologi
 - Generell bivillkorsformulering
 - Summa
 - Index

Nästa föreläsning

- Matematisk modellering, LP
- Ett verkligt exempel från Kelloggs produktionsplanering:
 - Implementerades i sin första form 1989 för Nordamerika (5 fabriker, 7 distributionsanläggningar, 80 produkter) och har successivt utvecklats sen dess.
 - Beräknade besparingar (jämfört med tidigare planering) på uppemot 500 miljoner kr/år för produktionen i Nordamerika.

Gerald Brown, Joseph Keegan, Brian Vigus, Kevin Wood, (2001) The Kellogg Company Optimizes Production, Inventory, and Distribution. Interfaces 31(6):1-15

Ses på fredag!

www.liu.se