ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2015-10-26 kl. $14^{00} - 19^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = (1 + x)e^{xy}$. (6p)

2. Givet funktionen $f(x, y) = 2 + y + xe^y$.
   (a) Bestäm riktningsderivatan funktionen f i punkten $(1, 0)$ i riktningen $(3, 4)$. (3p)
   (b) Bestäm de punkter där tangentplanet till f är parallella med planet $x - z = 0$. Bestäm även tangentplanen i dessa punkter. (3p)

3. Bestäm $\iint_D (x-y)^2(x+2y)^2 dxdy$ då D är området som begränsas av linjerna $|x+2y| = 2$ och $|x - y| = 1$. (6p)

4. Beräkna det största och minsta värdet av funktionen $f(x, y, z) = x+2y+z^2$ i området där $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ och $x \geq 0$. (6p)

5. Betrakta ekvationen (6p)
$$e^z = y \ln |xy + z|.$$
   Visa att ekvationen i någon omgivning av $(e, 1, 0)$ definierar z som en $\mathcal{C}^1$-funktion av x och y. Bestäm $z'_x(e, 1)$ och $z'_y(e, 1)$. Bestäm också Taylorpolynomet av grad 1 till $z(x, y)$ i punkten $(e, 1)$.

6. Beräkna (6p)
$$\iiint_D y^2 dxdydz$$
   då D är området som begränsas av ytan $z = 3 - x^2 - y^2$ och planet $2x + 2y + z = 1$.

7. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)
$$xz''_{xy} - yz''_{yy} - z'_y = x^3 y, \quad x > 0, \; y > 0,$$
   genom att utnyttja variabelbytet $u = x$, $v = xy$.