

Övningsuppgifter. Repetition av matematik för studier i Biologi och Kemi

Uppdaterad 2 augusti 2022

Obs! Medtag frågor, papper, penna, föreläsninganteckningar och miniräknare till lektionstillfället.

Potenser och logaritmer: 1 - 12

Mätvärden och enheter: 14 - 23

Grundläggande statistik: 24 - 28

Sannolikhetslära: 29 - 33

Lösning av andragradsekvationer: 34 - 36.

1 Potenser och logaritmer

- Lös följande tal.
 - $1,23 \times 10^3 \text{ m} \times 2,456 \times 10^5 \text{ m}$
 - $(2,1 \times 10^{-2} \text{ J}) / (4,5 \times 10^{-4} \text{ kg})$
- En tekniker mätte mängden blodkroppar genom att sprida ut blod på ett objektglas och studera det i mikroskop. En behållare på glaset hade sidorna $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ och djupet $100 \mu\text{m}$ och det fanns 652 röda blodkroppar i behållaren. Beräkna cellkoncentrationen (i m^{-3}) i blodet.
- Beräkna \log_{10} för
 - 45
 - 450
 - 0,000 45
 - 1 000 000
 - 1
- Konvertera följande logaritmer med bas 10 tillbaka till numeriska värden
 - 1,4
 - 2,4
 - 3,4
 - 4
 - 0
- Beräkna den naturliga logaritmen för
 - 30
 - 0,024
 - 1

6. Konvertera följande naturliga logaritmer tillbaka till numeriska värden
 - a) 3
 - b) -3
 - c) 0
7. Använd potenslagarna för att beräkna $\log(10^{2,8} \times 10^{3,3})$ **utan** att använda miniräknare.
8. Utvecklingslinjerna för moderna människor och Neanderthalare tros ha skiljts åt för $3,5 \times 10^5$ år sedan. Beräkna antalet mutationer som skiljer en modern människa och en Neanderthalare om mutationstakten varit $1,07 \times 10^{-7}$ mutationer per baspar (bp) i DNA:t och år och det finns $3,2 \times 10^7$ baspar i genomet som kan mutera. Tänk på att mutationer kan ske både i människans och Neanderthalarnas utvecklingslinjer.
9. En lösning har ett pH på 3,2. Vad är koncentrationen vätejoner i lösningen?
10. Beräkna pH för följande lösningar:
 - a) 3×10^{-4} M HCl
 - b) 4×10^{-6} M H₂SO₄
11. Koncentrationen av H⁺-joner i klorin är $5,0 \times 10^{-13}$. Vad är pH?
12. Antalet bakterier i en cellodling kan beskrivas av ekvationen $N_T = N_0 \times e^T$ där N_T är antalet celler vid tiden T, N_0 är antalet celler när cellodlingen började och T är den tid som gått sedan odlingen startade.
 - a) Ange en linjär ekvation för hur antalet bakterier beror på tiden.
 - b) Vid vilken punkt på y-axeln skär linjen den vid T = 0 och vilken lutning har linjen?
 - c) Kan du se några problem med den givna ekvationen?
13. I Sverige finns ungefär $28,1 \times 10^6$ hektar skogsmark och uppskattningsvis 275×10^3 älgar. En älg väger i genomsnitt 390×10^3 g medan mängden biomassa av myror uppskattats till i genomsnitt $9,60 \times 10^3$ g per hektar. Hur många ton biomassa av älg respektive myror finns i den svenska skogen?

2 Mätvärden och enheter

14. Vad är SI-enheten för följande mätvärden?
 - a) Yta
 - b) Tillväxttakten i höjd för en växt
 - c) Koncentrationen av röda blodkroppar i blodet
 - d) Koncentrationsförhållandet av röda gentemot vita blodkroppar i blodet
15. Uttryck följande mätvärden med lämpligast möjliga prefix.
 - a) 192 000 000 N
 - b) 0,000 000 102 kg
 - c) 0,000 12 s
 - d) 21,3 cm

16. Uttryck följande kvantiteter med vetenskaplig notation genom att använda lämpliga exponenter.
- 0,000 046 1 J
 - 461 000 000 s
17. Uttryck följande kvantiteter med vetenskaplig notation genom att använda lämpliga exponenter.
- 3,81 GPa
 - 4,53 ml
 - 364 mJ
 - 4,8 mg
 - 0,21 pg
18. Ange följande tal i prefix-form med rätt grad av precision.
- 1.28×10^{-3} mol med två värdesiffror
 - $3,649 \times 10^8$ J med tre värdesiffror
 - 2.423×10^{-7} m med två värdesiffror
19. Vad är koncentrationen i en lösning av 25 g glukos ($C_6H_{12}O_6$) i en volym på 2000 ml vatten om molmassan för glukos är 180 g/mol.
20. Ett experiment som måste upprepas åtta gånger kräver 80 ml av en 3×10^{-3} M lösning av ämne X. Givet att X har en molekylvikt på 258 g/mol och kostar 560 kr/gram, och givet att din forskningsbudget för året är 20 000 kr, tror du att du har råd att utföra experimentet?
21. En student ska göra en 1:4-spädning av en lösning. Hur många delar lösning och hur många delar vatten ska studenten använda?
22. En forskare behöver göra 10 liter av TAE-buffert med koncentrationen 1 x ("arbetskoncentrationen"). Han har tillgång till en stamlösning av bufferten med koncentrationen 50 x. Hur mycket ska forskaren ta av stamlösningen när han ska späda den med vatten till koncentrationen 1 x?
23. En doktorand ska sekvensera 10 DNA-prover. Hon har en stamlösning av sekvenseringsprimer med en koncentration av 100 μ M. För sekvenseringen behöver hon tillsätta 5 μ l av en koncentration på 5 μ M till varje prov. Hur mycket ska doktoranden ta av stamlösningen för att det ska räcka till att sekvensera alla proverna?

3 Grundläggande statistik

24. En forskare mätte vikten (i gram) på 10 möss tagna ur en stor labb-population och erhöll följande resultat:

mus 1	5,6 g	mus 6	5,7 g
mus 2	5,2 g	mus 7	5,6 g
mus 3	6,1 g	mus 8	6,0 g
mus 4	5,4 g	mus 9	5,5 g
mus 5	6,3 g	mus 10	5,7 g

Beräkna medelvärde och varians för mössens vikt.

25. En doktorand mätte pH i nio bladceller och erhöll följande resultat:

blad 1	6,5	blad 6	5,8
blad 2	5,9	blad 7	5,8
blad 3	5,4	blad 8	5,6
blad 4	6,0	blad 9	5,9
blad 5	6,1		

- Beräkna medelvärde och varians för de uppmätta värdena.
- En mycket latare doktorand mätte bara de fyra första bladen. Vad fick denna doktorand för medelvärde och varians för sina värden?

26. En ekolog studerar orrarr och räknar följande antal parningar för orrarna på en myr:

Tupp 1	0	Höna 1	1
Tupp 2	0	Höna 2	1
Tupp 3	7	Höna 3	0
Tupp 4	0	Höna 4	1
Tupp 5	2	Höna 5	1
Tupp 6	0	Höna 6	2
Tupp 7	0	Höna 7	1
Tupp 8	0	Höna 8	0
Tupp 9	0	Höna 9	1
Tupp 10	0	Höna 10	1

Beräkna medelvärde och varians för

- orrtuppar
- orrhönor

27. En grupp på 226 LiU-studenter tillfrågades om sin blodgrupp och man fick följande resultat:

Blodgrupp O	66 st
Blodgrupp A	83 st
Blodgrupp B	43 st
Blodgrupp AB	34 st

Beräkna frekvensen av varje blodgruppstyp.

28. En munk i Tjeckien låter avkommor till ärtor med vita blommor korsade med ärtor med färgade blommor självbefruktas och får följande resultat i avkomman:

vita blommor	327 st
färgade blommor	946 st

Beräkna frekvensen av vita respektive färgade blommor.

4 Sannolikhetslära

29. Sköldpaddsfärgade katter är heterozygota för röd respektive icke-röd färg (dvs de har ett anlag för röd färg och ett för icke-röd). När honkatter bildar ägg hamnar ett av de två anlagen i ägget. Vad är sannolikheten att ett ägg från en sköldpaddsfärgad honkatt
- har anlaget för röd färg?
 - har anlaget för icke-röd färg?
30. Gula labradorer är homozygota (dvs de har två identiska kopior) för ett anlag som gör att mörkt pigment inte kan gå ut i hundens hår. När hanhundar bildar spermier hamnar en av de båda kopiorna i spermien. Vad är sannolikheten att en spermie från en gul labrador
- har anlaget för gul färg?
 - har anlaget för mörk päls?
31. Du singlar slant två gånger. Vad är sannolikheten att du får
- först en krona och sedan krona igen?
 - en krona och en klave (oberoende av ordning)?
 - ingen krona alls?
32. Svanslösa Manx-katter är alltid heterozygota (dvs de har ett anlag för svanslöshet och ett för svans). Vad är sannolikheten att två Manx-katter får en avkomma som ärver svansanlaget från båda sina föräldrar?
33. En sköldpaddsfärgad svanslös Manx-katt är heterozygot både för färg-genen och för svansgenen. Vad är sannolikheten att ett ägg från en sådan katt
- har både anlaget för färgen rött och anlaget för svanslöshet?
 - har anlaget för svanslöshet (oberoende av färg)?
 - Antingen saknar anlaget för rött eller anlaget för svanslöshet eller saknar båda anlagen?

5 Andragradsekvationer

34. En generell andragradsekvation kan uttryckas som $x^2 + ax + b = 0$ och har lösningen: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$. Använd informationen för att lösa följande andragradsekvationer:
- $x^2 + 4x + 3 = 0$
 - $x^2 - 3x - 4 = 0$
 - $2x^2 + 8x - 10 = 0$
35. En mygghonas reproduktionsframgång, hur många ägg som kläcks till mygglarver, beskrivs av funktionen $F = -0,001x^2 + 1,6x - 100$ där x är antalet ägg hon lägger. Hur många ägg ska honan lägga för att få exakt 500 utkläckta larver?

36. Ämnesomsättningen hos kallblodiga organismer ökar med temperaturen inom ett speciellt temperaturområde. Följande data ger syreförbrukningen (som beror på ämnesomsättningen) hos en skalbagge för vissa lufttemperaturer.

<u>Temperatur (C°)</u>	<u>Syreförbrukning ($\mu\text{l/g/h}$)</u>
10	80
15	127
20	198
25	290

Syreförbrukningen kan beräknas ur andragradsekvationen $C = 0,45T^2 - 1,65T + 50,75 \mu\text{l}$ när $10 \leq T \leq 25$ där T är temperaturen och C är syreförbrukningen. Hitta den temperatur (till närmaste tiondels grad) där skalbaggens syreförbrukning är $150 \mu\text{l}$ per gram per timme.

Facit

1. a) $(1,23 \times 2,456) \times 10^{(3+5)} = 3,02 \times 10^8 \text{ m}^2$ (3 värdesiffror)
b) $(2,1/4,5) \times 10^{(-2+4)} \text{ J kg}^{-1} = 0,4666 \times 10^2 = 4,7 \times 10^1 \text{ J kg}^{-1} = 47 \text{ J/kg}$ (2 värdesiffror)
2. Koncentrationen är antalet celler delat med den volym i vilken de befinner sig. Behållaren har dimensionerna $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ gånger $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ gånger $1 \times 10^{-4} \text{ m}$. Volymen blir därmed $1 \times 10^{(-3-3-4)} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}^3$. Koncentrationen röda blodkroppar blir då:
- $$\begin{aligned} 652/(1 \times 10^{-10}) &= (6,52 \times 10^2)/(1 \times 10^{-10}) \\ &= (6,52/1) \times 10^{(2+10)} \\ &= 6,52 \times 10^{12} \text{ m}^{-3} = 6,52 \times 10^{12} \text{ st / m}^3. \end{aligned}$$
3. a) 1,65
b) 2,65
c) -3,35
d) 6
e) 0
4. a) 25,1
b) 251
c) $3,98 \times 10^{-4}$
d) 10^4
e) 1
5. a) 3,40
b) -3,73
c) 0
6. a) 20,1
b) 0,050
c) 1
7. $\log(10^{2,8} \times 10^{3,3}) = \log 10^{2,8} + \log 10^{3,3}$
Från definitionen av logaritmen har vi att:
 $\log 10^{2,8} = 2,8$ och $\log 10^{3,3} = 3,3$
Addition av dessa ger: $2,8 + 3,3 = 6,1$
8. $1,07 \times 10^{-7} \text{ mut / (bp} \times \text{år)} \times 3,5 \times 10^5 \text{ år} \times 2 \times 3,2 \times 10^7 \text{ bp} =$
 $= 1,07 \times 3,5 \times 2 \times 3,2 \times 10^{(-7+5+7)} =$
 $= 24 \times 10^5 = 2,4 \text{ miljoner mutationer (förutsatt att alla mutationer ärvs vidare).}$
9. $10^{-3,2} = 6.3 \times 10^{-4} \text{ mol/l} = 6.3 \times 10^{-4} \text{ M}$
10. a) I $3 \times 10^{-4} \text{ M HCl}$ är koncentrationen vätejoner, $[\text{H}^+] = 3 \times 10^{-4} \text{ M}$. Därför blir pH = 3,5
b) I $4 \times 10^{-6} \text{ M H}_2\text{SO}_4$ är koncentrationen vätejoner, $[\text{H}^+] = 8 \times 10^{-6} \text{ M}$. Därför blir pH = 5,1

11. $[H^+] = 5,0 \times 10^{-13}$
 $pH = -\log(5,0 \times 10^{-13}) = -(-12,3) = 12,3$
12. a) $\ln N_T = \ln N_0 + T$
 b) Linjen skär y-axeln vid punkten $\ln N_0$, dvs den \ln av antalet celler i startpopulationen. Linjens lutning är 1.
 c) Ingen population kan tillväxa i evighet. Förr eller senare måste tillväxttakten avta och celler börja dö. Då kommer ekvationen inte längre att vara giltig.
13. Älg: 107 000 ton
 Myror: 270×10^3 ton (= 270 000 ton)
14. a) m^2
 b) $m s^{-1}$ (men värdet vill förstås bli mycket litet)
 c) m^{-3} (antal per enhet volym)
 d) ingen enhet (en koncentration delat med en annan)
15. a) 192 MN eller 0,192 GN
 b) 102 μg eller 0,102 mg
 c) 0,12 ms eller 120 μs (i båda fallen har du mätt med två värdesiffror)
 d) 213 mm eller 0,213 m
16. a) $4,61 \times 10^{-5}$ J
 b) $4,61 \times 10^8$ s
17. a) $3,81 \times 10^9$ Pa
 b) $4,53 \times 10^{-3}$ l
 c) 364×10^{-3} J
 d) $4,8 \times 10^{-6}$ kg (SI-enheten för massa är kg)
 e) $2,1 \times 10^{-16}$ kg
18. a) 1,3 mmol
 b) 365 MJ eller 0,365 GJ
 c) 0,240 μm (inte 240 nm, det innebär att du har mätt med två värdesiffror)
19. Koncentrationen är antalet mol glukos per liter. Antal mol = (vikt i gram) / molmassa
 $= 25 / 180 = 0,138888$
 vilket ger koncentrationen $0,138888/2 = 6,9444 \times 10^{-2}$ M = $6,9 \times 10^{-2}$ M (två värdesiffror).

20. Antal mol du kommer att använda av ämne X:

$$\begin{aligned}\text{Antal mol} &= \text{volym (i liter)} \times \text{koncentration (i mol / liter)} \\ &= (8 \times 80 \times 10^{-3}) \times 3 \times 10^{-3} = \\ &= 1,92 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Vikten av $1,92 \times 10^{-3}$ mol av ämne X:

$$\begin{aligned}\text{Vikt (i gram)} &= \text{Antal mol} \times \text{molmassa} \\ &= 1,92 \times 10^{-3} \times 258 = \\ &= 0,495 \text{ g}\end{aligned}$$

Kostnad för 0,495 gram av ämne X:

$$\begin{aligned}\text{Kostnad} &= \text{Antal gram} \times \text{pris per gram} \\ &= 0,495 \times 560 =\end{aligned}$$

= 280 kr (ska egentligen anges som 2 värdesiffror, men normalt använder vi inte kkr)

Du kommer att ha råd med experimentet.

21. En del ska bli till fyra delar. Man ska således ta en del lösning och tre delar vatten för att totalt få fyra gånger så stor volym som man började med.

22. 200 ml 50 x TAE ska spädas med 9800 ml vatten.

23. 5 μl till vardera av 10 prover \rightarrow 50 μl primerlösning kommer att behövas.

$$50 \mu\text{l av } 5 \mu\text{M} = 50 \times 10^{-6} \text{ l} \times 5 \times 10^{-6} \text{ mol/l} = 250 \times 10^{-12} \text{ mol behövs}$$

Stamlösningen är $100 \times 10^{-6} \text{ mol/l}$

$$100 \times 10^{-6} \text{ mol/l} \times X \text{ l} = 250 \times 10^{-12} \text{ mol}$$

$$X \text{ l} = 250 \times 10^{-12} \text{ mol} / 100 \times 10^{-6} \text{ mol/l} = 2,5 \times 10^{-6} \text{ l}$$

24. Medelvärde: 5,7 g; varians: 0,11

25. a) Medelvärde 5,89; varians 0,096

b) Medelvärde 5,95; varians 0,20

26. a) Medelvärde 0,9; varians 4,99

b) Medelvärde 0,9; varians 0,32

27. $f(0) = 0,29$; $f(A) = 0,37$; $f(B) = 0,19$; $f(AB) = 0,15$

28. $f(\text{vita blommor}) = 0,257$; $f(\text{färgade blommor}) = 0,743$

29. a) $1/2$

b) $1/2$

30. a) 1

b) 0

31. a) $1/4$

b) $1/2$

c) $1/4$

32. $1/4$

33. a) $1/4$
b) $1/2$
c) $3/4$

34. a) $x_1 = -1, x_2 = -3$
b) $x_1 = 4, x_2 = -1$
c) $x_1 = 1, x_2 = -5$

35. Lös ekvationen $500 = -0,001x^2 + 1,6x - 100$

Flytta allt till en sida av likhetstecknet: $-0,001x^2 + 1,6x - 100 - 500 = 0$

Vilket blir: $-0,001x^2 + 1,6x - 600 = 0$

Multiplitera med -1000 för att bli av med decimalerna $-1000(-0,001x^2 + 1,6x - 600) = -1000(0)$

Vilket blir: $x^2 - 1600x + 600000 = 0$

lösningar: $x = \frac{1600}{2} \pm \sqrt{(\frac{1600}{2})^2 - 600000}$

$x_1 = 600, x_2 = 1000$

Honan får 500 utkläckta larver om hon lägger 600 eller 1000 ägg.

36. Man vill hitta det T för vilket C = 150, dvs lösa ekvationen $150 = 0,45T^2 - 1,65T + 50,75$

$T_1 = -13,1$ och $T_2 = 16,8$. Eftersom -13,1 ligger utanför det område för vilket funktionen gäller är det endast 16,8 som är relevant.