

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. (a) Bestäm tangentplanet till ytan  $ze^z = x^2 - y^3$  i punkten  $(-1, 1, 0)$ . (6p)  
(b) Bestäm konstanten  $C$  så att ytan  $x^2 + 3y^2 + 4z^2 = C$  tangerar planet genom punkterna  $(0, 1, 2)$ ,  $(1, 3, 0)$  och  $(5, -1, 1)$ .

2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen  $f(x, y, z) = (x + xy + yz)e^x$ . (6p)

3. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (6p)

$$f(x, y) = 2 - 3x^2 + y^2 - 3 \ln(1 + x^2 + y^2)$$

antar i området  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

4. Bestäm (6p)

$$\iint_D \frac{1}{1 + (x - 2y)^2} dx dy$$

där  $D$  är triangeln med hörn i punkterna  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$  och  $(-1, 1)$ .

5. Givet att  $z \in \mathcal{C}^2$ , lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$xz''_{xy} - yz''_{yy} - z'_y = 0,$$

genom att utnyttja variabelbytet  $u = x$ ,  $v = xy$ .

6. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen  $f(x, y, z) = z$  antar på skärningen mellan ytorna  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  och  $x + 2y + 2z = 0$ . (6p)

7. Beräkna (6p)

$$\iiint_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{-(x+2y+2z)^2}}{(1 + (2x - 2y + z)^2)(1 + (2x + y - 2z)^2)} dx dy dz$$