

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

1. Givet funktionen $f(x, y) = ye^{x/y}$.
 - (a) I vilken riktning växer f snabbast i utgående från punkten $(-1, 1)$? (3p)
 - (b) Bestäm riktningsderivatan till funktionen f i riktningen $(2, -3)$ i punkten $(-1, 1)$. (3p)
2. Bestäm alla tal d så att planet $x + y + z = d$ tangerar hyperboloiden $x^2 + y^2 - z^2 = 1$. (6p)
3. Bestäm $\iint_D xy dx dy$ då D är området som ges av att $x^2 + y^2 - 4x + 6y \leq 3$. (6p)
4. Betrakta ekvationen (6p)

$$\cos(z) = xy + xz.$$

Visa att ekvationen i någon omgivning av $(1, 1, 0)$ definierar z som en \mathcal{C}^1 -funktion av x och y . Bestäm Taylorpolynomet av grad två till $z(x, y)$ i punkten $(1, 1)$.

5. Beräkna (6p)

$$\iiint_D (y - 1) dx dy dz$$

där D är den del av klotet $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 \leq 4$ där $y \geq 0$.

6. Bestäm det största värdet som funktionen $f(x, y) = x^3 y^2 (1 - x - y)$ antar i första kvadranten. (6p)
7. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$6z''_{xx} + z''_{xy} - z''_{yy} = 95y,$$

genom att utnyttja variabelbytet $u = x + ay$, $v = x + by$, och välja a och b på lämpligt sätt.