Linköpings universitet
Institutionen för teknik och naturvetenskap
Michael Hörnquist

Statistik och sannolikhetslära, TNIU66

Tentamen, 26 mars 2025, Svar och lösningsskisser

Nedanstående är svar, med viss diskussion och antydningar till hur uppgifterna *kan* lösas. Det är *inte* nödvändigtvis fullständiga lösningar.

1. (a) 13/52, (b) 13/51, (c) $\binom{13}{2}\binom{38}{3}/\binom{51}{5} = 78 \cdot 8436/2349060 = 28\%$.

2. (a) $X \sim N(\mu = 100, \sigma = 15) : \Pr(X > 110) = 1 - \Pr(Z < 0,67) = 1 - 0,74857 = 25\%$.
   (b) $\overline{X} \sim N(\mu = 100, \sigma = 15/\sqrt{4}) : \Pr(\overline{X} > 110) = 1 - \Pr(Z < 1,33) = 1 - 0,90824 = 9,2\%$.

3. (a) $np(1-p) = 6,4 > 5$ normalapproximation ok. Konfidensintervall ges av $p \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{p(1-p)/n}$, vilket med konfidensnivån $1 - \alpha = 0,90$ blir $9,6\% < \pi < 30,4\%$.
   (b) Konfidensintervall är ett intervall där gränserna ges av slumpvariabler baserade på ett stickprov, och som med konfidensnivåns sannolikhet täcker det sanna värdet. I detta fall, om vi upprepar stickprovstagningen 100 gånger, så kommer vi i medeltal få intervall som täcker det sanna värdet 90 gånger.
   (c) Det är alltid stickprovets storlek som är avgörande, aldrig populationens storlek, så $n = 40$ ger samma felmarginaler.

4. (a) Sätt $\pi_0 = 0,25$. Hypoteserna väljs $H_0 : \pi = \pi_0$ och $H_a : \pi < \pi_0$. Med $np(1-p) = 70,84 > 5$ fås att normalapproximationen är ok. Testvariabeln $z = (p - \pi_0)/\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n} = -0,924$. Väljer signikansnivån $\alpha = 5\%$, ger kritiska värdet $z_\alpha = -1,645$. Ser att $z \not< z_\alpha$ dvs H_0 kan inte förkastas.
   (b) Slutsatsen är att ingen slutsats kan dras ur stickprovet avseende om Moderaterna har ett mindre väljarstöd nu än vid senaste valet. Stickprovets punktskattning är i sig lägre än valresultatet, men inte *tillräckligt mycket* lägre än att vi inte vågar utesluta att det kan vara en slump baserad på att vi bara har ett begränsat stickprov.

5. (a) 0,73 (”Multipel-R”), (b) $127 < \beta_1 < 154$ kr/grad (direkt ur utdatasammanfattningen.
   (c) Kondfidensintervall för förväntat värde av medelförsäljningen högsommardagar med temperatur 25° ges av

$$\left[b_0 + b_1 x + t_{\alpha/2;n-2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \left(\frac{(x-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)^2},\ b_0 + b_1 x + t_{1-\alpha/2;n-2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \left(\frac{(x-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)^2} \right].$$

   Med värden ur utdatasammanfattningen och Pontus’ komplettering, $b_0 = 1176,97$, $b_1 = 140,61$, $x = 25$, $s = 1321,19$, $n = 365$, $\bar{x} = 9,5$ och $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = n\sigma^2 = 365 \cdot 10,4^2 = 39474,8$. Ur tabell $t_{1-0,10/2;n-2} = 1,65$ erhålles intervallet [4487, 4897] kr. Detta innebär att med 90% sannolikhet täcker detta intervall medelvärdet av försäljningen högsommardagar med 25°.