

Statistik och sannolikhetslära, TNIU66

Tentamen, 5 juni 2023, Svar och lösningsskisser

- (a) En populationsundersökning föreligger när du undersöker alla enheter i den mängd som studeras. För en stickprovsundersökning väljer du ut en delmängd för undersökning och hoppas att den speglar helheten. (b) Om du har gjort en populationsundersökning är sådana storheter som medelvärde och standardavvikelse helt kända och det behövs ingen statistisk slutledning för att skatta deras värden med viss säkerhet. Det matematiska uttrycket för standardavvikelse ser dessutom olika ut beroende på typ av undersökning.
- Binomialfördelning, X =antal defekta, $X \sim \text{bin}(n = 50, p = 0,02)$. (a) $\Pr(X = 0) = (1 - p)^{50} = 0,3642 = 36\%$ (b) $\Pr(X = 2) = \binom{50}{2}p^2(1 - p)^{48} = 0,1858 = 19\%$ (c) $\Pr(X \geq 2) = 1 - \Pr(X = 1) - \Pr(X = 0) = 0,2642 = 26\%$.
- Exponentialfördelning, X =livslängd, $X \sim \text{exp}(\lambda = 1/3)$, eftersom $\mu = 1/\lambda$. (a) $\Pr(X > 5) = \int_5^\infty \lambda e^{-\lambda x} dx = e^{-5/3} = 0,1889 = 19\%$ (b) $\Pr(X > (5 + 5)|X > 5) = \Pr(X > 10 \cap X > 5)/\Pr(X > 5) = \int_{10}^\infty \lambda e^{-\lambda x} dx / \int_5^\infty \lambda e^{-\lambda x} dx = e^{-5/3} = 0,1889 = 19\%$
- (a) S. (b) S. (c) F. (d) F. (e) F. (f) F.
- Det är alternativhypotesen vi kan visa, $H_a : \pi > \pi_0 = 0,50$. Har $n = 1034$ och $p = 0,57$, kontrollerar $np(1-p) > 5$ normalapproximationen kan användas. Testvariabeln är $z = (p - \pi_0) / \sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n} = 4,5$. Utifrån alternativhypotesen får vi att det kritiska området ligger till höger om $z_{0,95} = 1,645$. Eftersom $z > z_{0,95}$ följer att H_0 kan förkastas Slutsats: På signifikansnivån 5% anser mer än hälften av Sveriges vuxna befolkning att "sjukvårdsfrågan" är den viktigaste politiska frågan.
- (a) Förklaringsgraden i Excels utdatasammanfattning kallas för "R-kvadrat" och avläses till $0,644 \approx 64\%$.
(b) Här efterfrågas ett enkelsidigt nedåt begränsat konfidensintervall, varvid undre gränsen blir $b_1 + t_{n-2;\alpha}SE(b_1)$. Med avläsning $b_1 = 19,8$ (Excel), $SE(b_1) = 4,7$ (Excel) och $t_{12-2;0,05} = -1,812$ (tabell) fås $[11,28, \infty)$
(c) Undre gränsen i intervallet blir noll då $t_{n-2;\alpha} = -b_1/SE(b_1) = -4,21$. Det närmaste tabellen ger är $\alpha = 0,001$ (med miniräknare/dator kan man få $\alpha = 0,00089996$), varvid konfidensnivån blir $1 - \alpha = 0,999 = 99,9\%$.