

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Låt  $f(x, y, z) = x^2 + y^3 - z^4$

(a) Bestäm tangentplanet till nivåytan  $f(x, y, z) = 0$  i punkten  $(1, -1, 0)$ . (3p)

(b) Bestäm alla stationära punkter till  $f$ . Avgör sedan med hjälp av definitionen om det är lokala maximi-, lokala minimi- eller sadelpunkter. (3p)

2. (a) Avgör om gränsvärdet (3p)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2 + xy}$$

existerar. Bestäm gränsvärdet i förekommande fall.

(b) Avgör med hjälp av definitionen om funktionen  $f(x, y) = x^2 y + xy$  är differentierbar i punkten  $(0, 1)$ . (3p)

3. Bestäm alla  $C^1$ -funktioner  $z(x, y)$  som uppfyller den partiella differentialekvationen (6p)

$$y z'_x - x z'_y = xy$$

med hjälp av variabelbytet

$$u = x^2 + y^2, \quad v = e^{-x^2/2}.$$

4. Avgör om det i en omgivning till punkten  $(1, 0, 0)$  finns en funktion  $z(x, y)$  som satisfierar ekvationen (6p)

$$xy \cos z = z$$

Om en sådan funktion finns, bestäm  $z(1, 0)$ ,  $z'_x(1, 0)$  och  $z'_y(1, 0)$ .