

Tentamen i TMME32 (TEN1) Mekanik fk för Yi

Tentamensdatum: 2017-03-16 kl. 14-19.

Examinator: Lars Johansson.

Jourhavande: Lars Johansson. Telefon 013-281120. Besöker tentamenslokalen kl. 15 och 16.30.

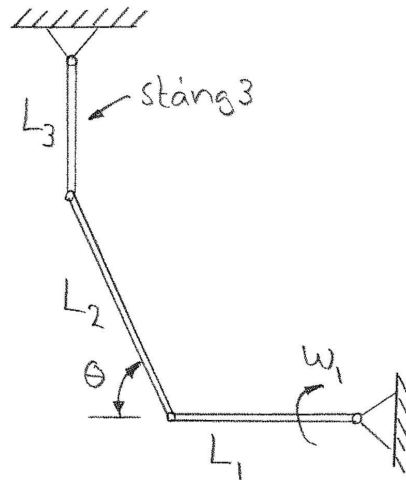
Hjälpmedel: Ritverktyg samt ett A4-blad (båda sidor) med anteckningar handskrivna i original (ej fotokopia). Ej miniräknare. Ej tabeller.

Tentamen består av tre sidor (inklusive denna) med fyra uppgifter som kan ge totalt tolv poäng. För godkänt krävs fem poäng.

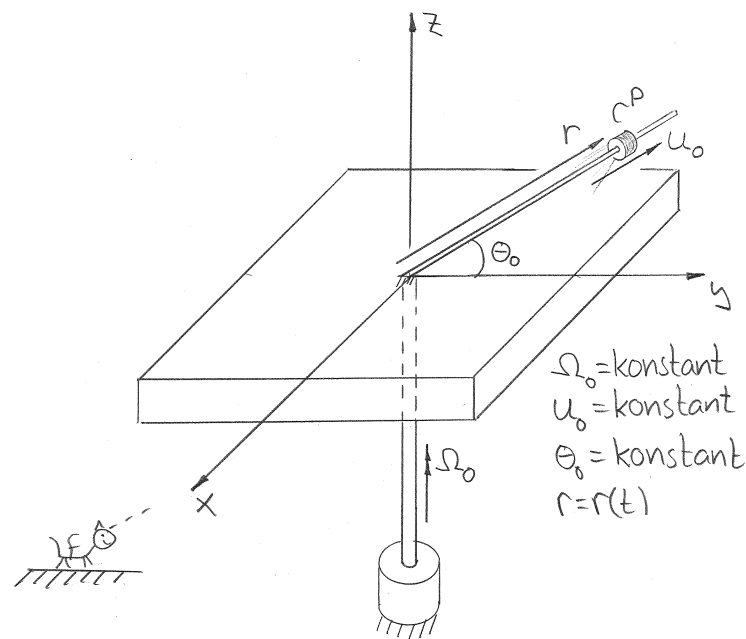
Svar anslås på kurshemsidan. Rättningsgranskning sker på IEL:s studerandeexpedition, ingång 19C. Eventuella klagomål skall vara skriftliga (ej e-post). Kursadministratör: Anna Wahlund, 013-281157, anna.wahlund@liu.se

Instruktioner:

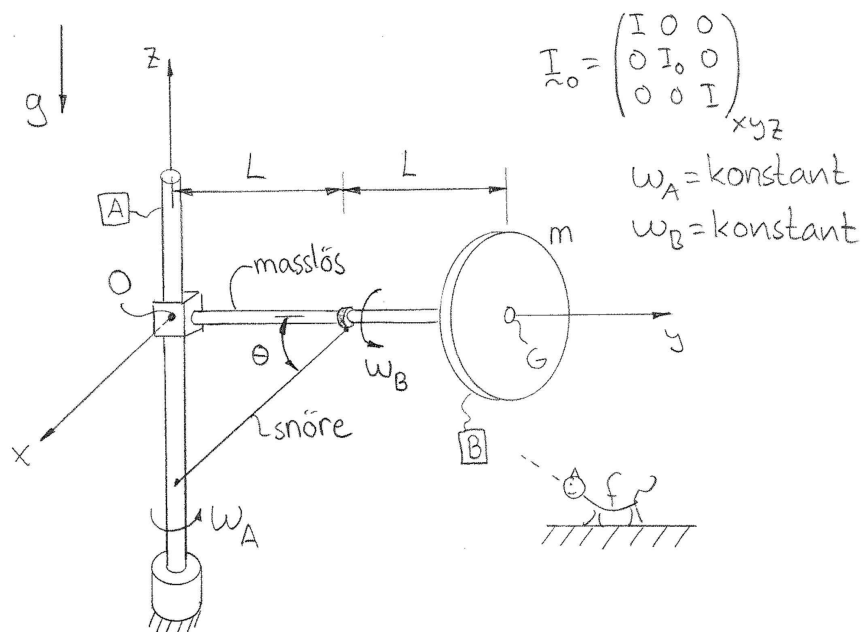
- Rita tydliga figurer. Det är tillåtet att använda röd penna i figurer, men undvik detta i övrigt.
- Definiera införda storheter och motivera uppställda ekvationer.
- Kontrollera svarens dimension och rimlighet.
- Skriv bara på ena sidan av pappret och lös inte mer än en uppgift på samma papper.



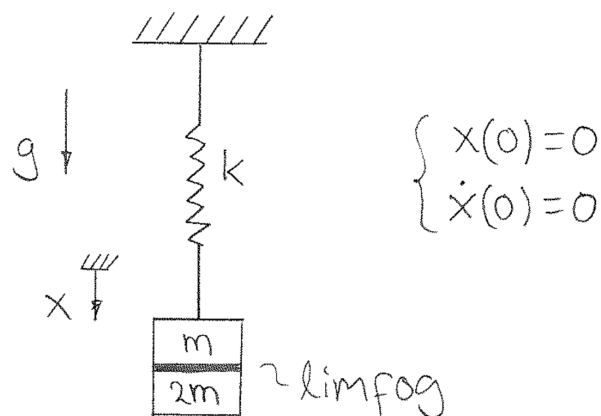
1) De tre stängerna är hoppkopplade med leder och fästa i omgivningen med leder enligt figur. En av stängerna ges en föreskriven vinkelhastighet ω_1 . Beräkna vinkelhastigheten för stång 3. Rörelsen sker i planet (3p).



2) En platta har konstant vinkelhastighet Ω_0 kring en lodrät axel. En partikel p rör sig längs en stång som sitter fast i plattan med konstant lutning. Partikeln befinner sig på avståndet r från koordinatsystemets origo och har en föreskriven konstant fart u_0 relativt stängen ($u_0 = \dot{r}$). Beräkna partikelns hastighet och acceleration (relativt fix observatör f) genom att derivera partikelns lägesvektor med Coriolis ekvation. Räkna i xyz -systemet som följer med plattans rotation (3p).



3) Kropp A roterar med ω_A relativt fix observatör f kring en lodrät axel. Kropp B (den tunna skivan och den masslösa axeln tillsammans) roterar med ω_B relativt kropp A kring sin rotationssymmetriaxel, och har given tröghetsmatris. Kropp B är fäst vid kropp A på ett sätt som inte överför något kraftparsmoment kring x -axeln, samt är fäst i ett snöre halvvägs mellan O och G . Beräkna kraften i snöret, som antas vara sträckt. Punkten O antas vara en fixpunkt i rörelsen (3p).



4) Massan i figur består av två delar med olika massa som sitter fast ihop med en limfog. Den rör sig i vertikalled. Fjäders är ospänd då koordinaten x är noll. Massan släpps från vila med ospänd fjäder vid tiden noll. Beräkna rörelsen $x(t)$ samt beräkna vad kraften i limfogen blir under rörelsen.

Tentamen i TMME32 Mekanik fk för Yi

Tentamensdatum: 2017-06-05 kl. 14-19.

Examinator: Lars Johansson.

Jourhavande: Lars Johansson. Telefon 013-281120. Besöker tentamenslokalen kl. 15 och 16.30.

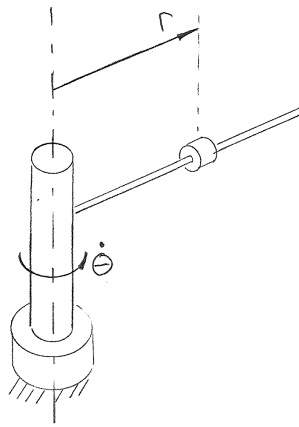
Hjälpmedel: Ritverktyg samt ett A4-blad (båda sidor) med anteckningar handskrivna i original (ej fotokopia). Ej miniräknare. Ej tabeller.

Tentamen består av tre sidor (inklusive denna) med fyra uppgifter som kan ge totalt tolv poäng. För godkänt krävs fem poäng.

Svar anslås på kurshemsidan. Rättningsgranskning sker på IEI:s studerande-expedition, ingång 19C. Eventuella klagomål skall vara skriftliga (ej e-post). Kursadministratör: Lena Sundling, 013-281106, lena.sundling@liu.se

Instruktioner:

- Rita tydliga figurer. Det är tillåtet att använda röd penna i figurer, men undvik detta i övrigt.
- Definiera införda storheter och motivera uppställda ekvationer.
- Kontrollera svarens dimension och rimlighet.
- Skriv bara på ena sidan av pappret och lös inte mer än en uppgift på samma papper.

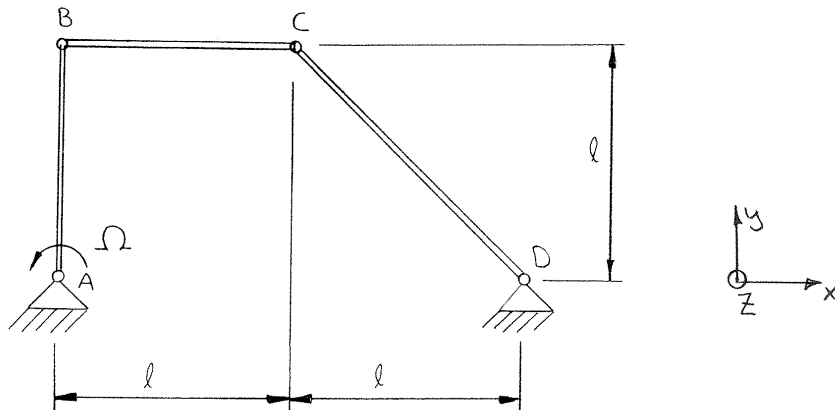


$$\dot{\theta} = \omega_0$$

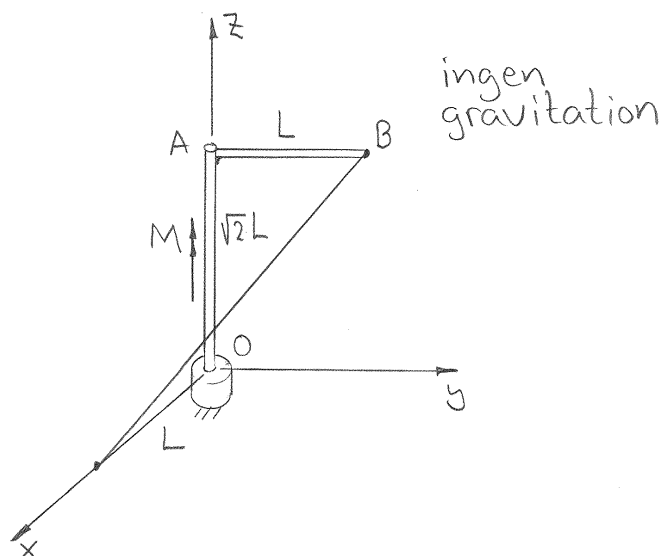
$$r = r_0 + b \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right)$$

ω_0, r_0, b, τ är
givna konstanter

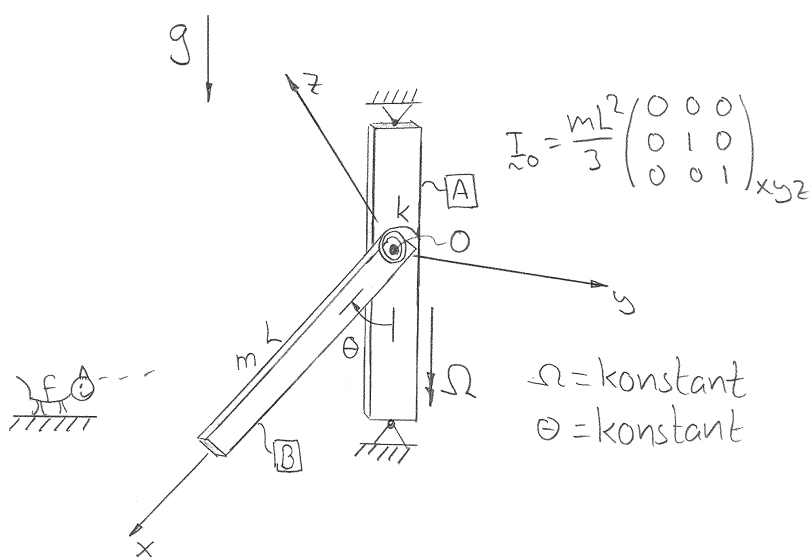
1) Hållaren roterar med $\dot{\theta} = \omega_0 =$ konstant relativt marken. Den lilla cylindern rör sig relativt hållaren så att $r(t) = r_0 + b \sin(\frac{2\pi t}{\tau})$. Beräkna vid vilket r som cylinderns acceleration (relativt fasta marken) i radiell led är noll (3p).



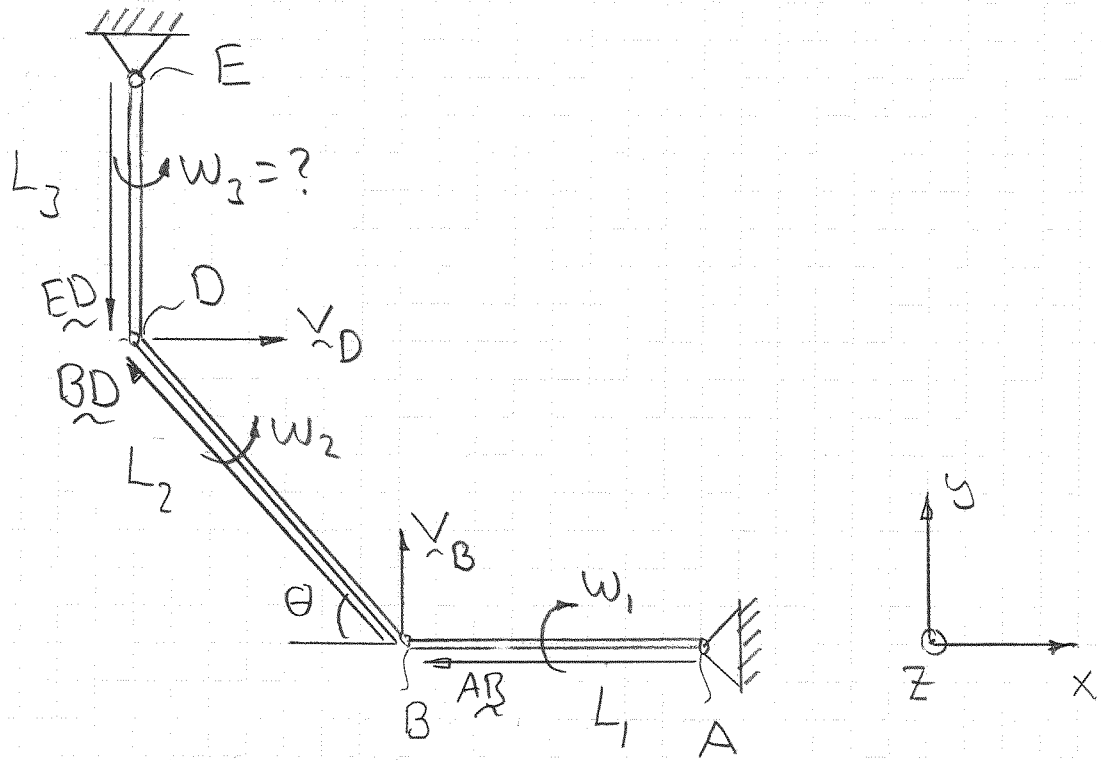
2) Ett länksystem består av tre länkar med fyra leder A, B, C och D enligt figur, och rör sig i xy -planet. Länken AB ges en konstant vinkelhastighet Ω relativt fasta marken. Bestäm vinkelhastigheterna för länkarna BC och CD (3p).



3) En stel stång är böjd i rät vinkel och ligger i yz -planet. Den är belastad med ett kraftparsmoment M kring z -axeln. Stångens ena ände är infäst vid O med en anordning som kan ta upp krafter i x - y - och z -led samt moment kring x - och y -axlarna men inte kring z -axeln. Ett snöre är fäst vid B och på x -axeln. Beräkna kraften i snöret samt den kraftvektor och den momentvektor (kraftparsvektor) som verkar på stängen från infästningen vid O (3p).



4) Kropp A roterar med $\Omega = \text{konstant}$ relativt fix observatör f kring en lodrät axel. Kropp B har vinkeln θ mot kropp A och följer med dess rotation. Leden mellan kropparna vid O är försedd med en fjäder som ger ett moment $M_{fj} = k\theta$ på kropp B kring y -axeln, kring övriga axlar hindras rotation. Beräkna fjäderkonstanten k för fallet att vinkeln är konstant $\theta = \pi/6$ (för en viss given vinkelhastighet). Punkten O antas vara en fixpunkt i rörelsen (3p).



$\omega_1, \theta, L_1, L_2, L_3$ givna. Beräkna ω_3 .

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_1 \times \vec{AB} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_1 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} -L_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_1 L_1 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (1)$$

Där en punkt både på stång 2 o stång 3.
 Beräkna $\vec{v}_D$ på två sätt:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_E + \vec{\omega}_3 \times \vec{ED} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -L_3 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} \omega_3 L_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (2)$$

(2)

$$\underline{\underline{V_D = V_A + \omega_2 \times BD = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_1 L_1 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_2 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} -L_2 \cos \theta \\ L_2 \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} =$$

$$= \begin{pmatrix} -\omega_2 L_2 \sin \theta \\ \omega_1 L_1 - \omega_2 L_2 \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (3)$$

(2) & (3) ger komponentwys

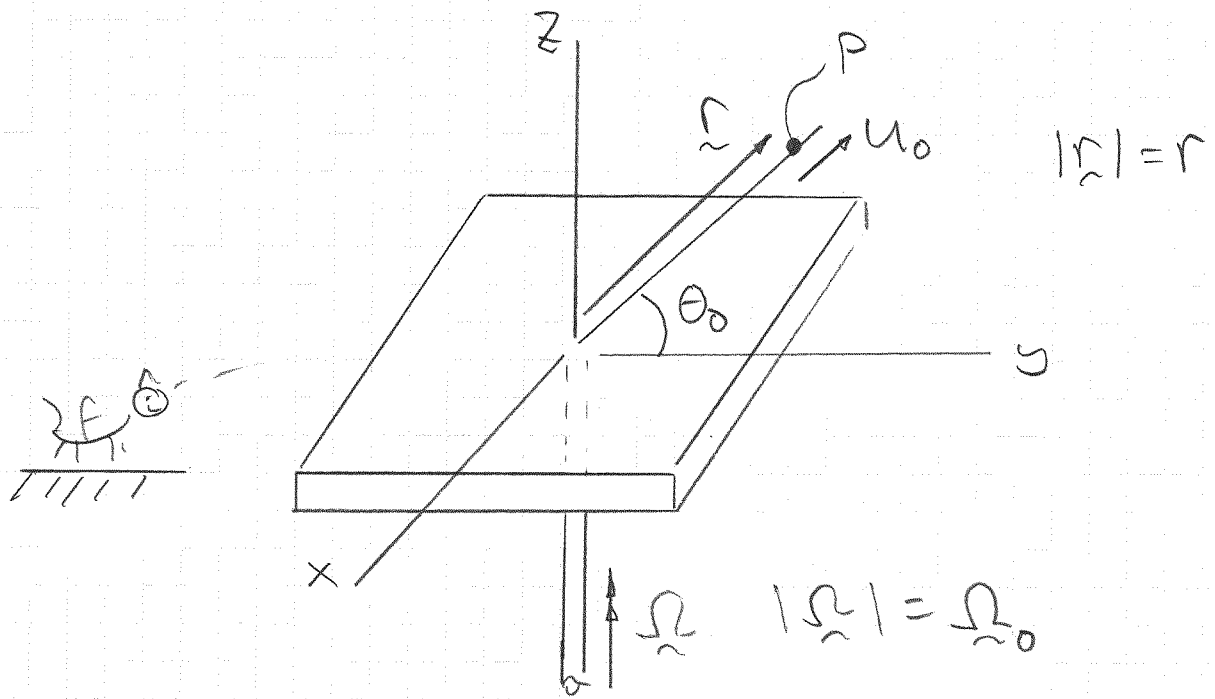
$$\begin{cases} \omega_3 L_3 = -\omega_2 L_2 \sin \theta & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \omega_1 L_1 - \omega_2 L_2 \cos \theta & (5) \end{cases}$$

(5) ger $\omega_2 = \frac{\omega_1 L_1}{L_2 \cos \theta}$, (4) ger da

$$\omega_3 L_3 = - \frac{\omega_1 L_1}{L_2 \cos \theta} L_2 \sin \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_3 = - \frac{\omega_1 L_1 \tan \theta}{L_3} \quad \underline{\text{Svar}}$$



Beräkna partikeln p's hast. & acc.

Ur figur

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (1) \quad \text{coord. rot.}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \cos \theta_0 \\ r \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (2) \quad \text{part. läge}$$

Derivera $\vec{r}$:

$$\dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt} \Big|_{\vec{r}} \vec{r} = \frac{d}{dt} \Big|_{xyz} \vec{r} + \vec{\Omega} \times \vec{r} =$$

(2)

$$\begin{aligned}
&= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ r \cos \theta_0 \\ r \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_0 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} 0 \\ r \cos \theta_0 \\ r \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} = \\
&= \begin{pmatrix} -\Omega_0 r \cos \theta_0 \\ \dot{r} \cos \theta_0 \\ \dot{r} \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} -\Omega_0 r \cos \theta_0 \\ u_0 \cos \theta_0 \\ u_0 \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} = \underline{v_{\hat{n}} \text{ suar}}
\end{aligned}$$

Derivara $v_{\hat{n}}$:

$$a_{\hat{n}} = \frac{d}{dt} \Big|_f v_{\hat{n}} = \frac{d}{dt} \Big|_{xyz} v_{\hat{n}} + \Omega_{\hat{n}} \times v_{\hat{n}} =$$

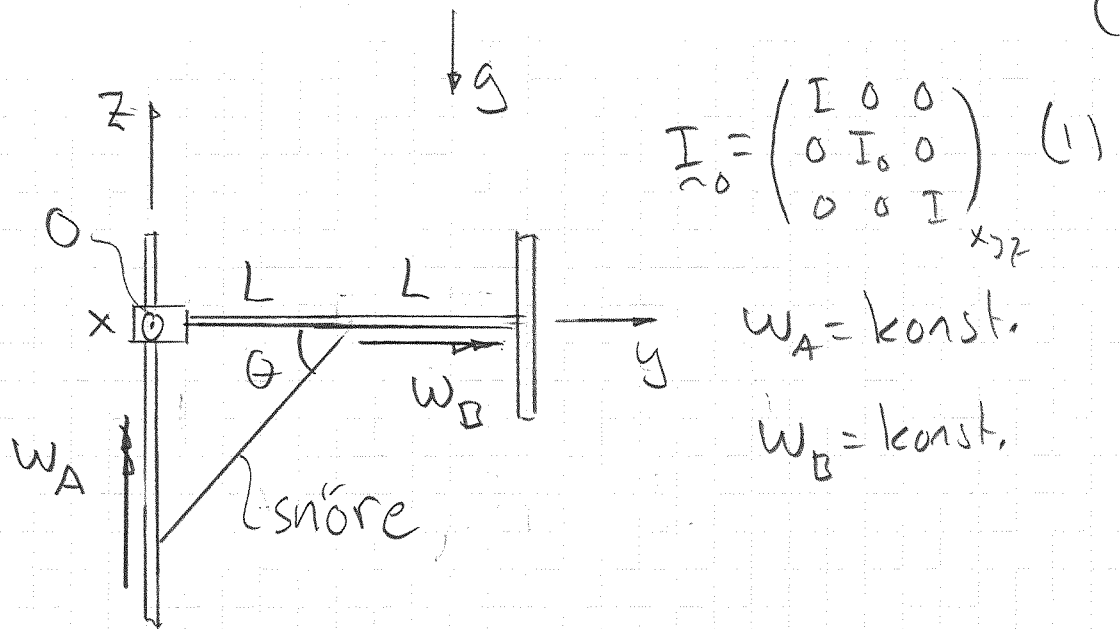
$$= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} -\Omega_0 r \cos \theta_0 \\ u_0 \cos \theta_0 \\ u_0 \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_0 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} -\Omega_0 r \cos \theta_0 \\ u_0 \cos \theta_0 \\ u_0 \sin \theta_0 \end{pmatrix}_{xyz} =$$

$$= \begin{pmatrix} -\Omega_0 \dot{r} \cos \theta_0 - \Omega_0 u_0 \cos \theta_0 \\ -\Omega_0^2 r \cos \theta_0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2\Omega_0 u_0 \cos \theta_0 \\ -\Omega_0^2 r \cos \theta_0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} = \underline{a_{\hat{n}} \text{ suar}}$$

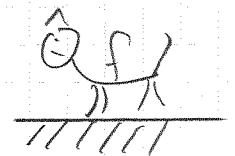
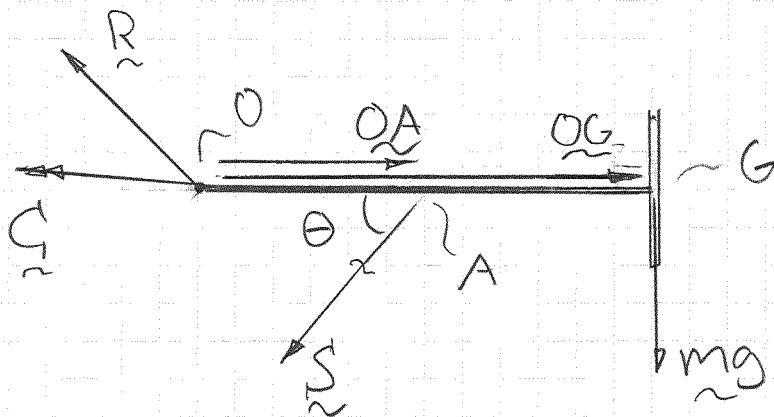
170316-3)

(1)



Beräkna kraften i snöret som antas sträckt. Leden vid O momentfri kring x-axeln.

Frilägg $\hat{=}$ teckna rörelseekv.



O fix i kroppen $\hat{=}$ inertial syst.

$$\begin{aligned} \sum \underline{M}_0 &= \frac{d}{dt} \bigg|_f \underline{L}_0 : \underline{OG} \times m \underline{g} + \underline{OA} \times \underline{S} + \underline{C} = \frac{d}{dt} \bigg|_f (\underline{I}_0 \underline{\omega}) = \\ &= \frac{d}{dt} \bigg|_{xyz} (\underline{I}_0 \underline{\omega}) + \underline{\Omega}^{xyz/f} \times (\underline{I}_0 \underline{\omega}) \end{aligned} \quad (2)$$

(2)

Låt koord. följa ω_A men ej ω_B ;
 $\underline{I}_O$ blir ändå konstant pga rot. sym.

Ur figur & förutsättningar:

$$\underline{\Omega}_{xyz/f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_A \end{pmatrix}_{xyz} \quad (3) \quad \underline{\text{koord. rot.}}$$

$$\underline{\omega}_{xyz} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_B \\ \omega_A \end{pmatrix}_{xyz} \quad (4) \quad \underline{\text{kroppens rot}} (= \text{konst. rel. } xyz)$$

$$\underline{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ L \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \underline{OG} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2L \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (5)$$

$$\underline{mg} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \underline{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ -S \cos \theta \\ -S \sin \theta \end{pmatrix}_{xyz} \quad (6)$$

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ C_x \\ C_y \end{pmatrix}_{xyz} \quad (7) \quad \underline{\text{leden momentfri kring } x}$$

(1) & (3)-(7) i (2) ger

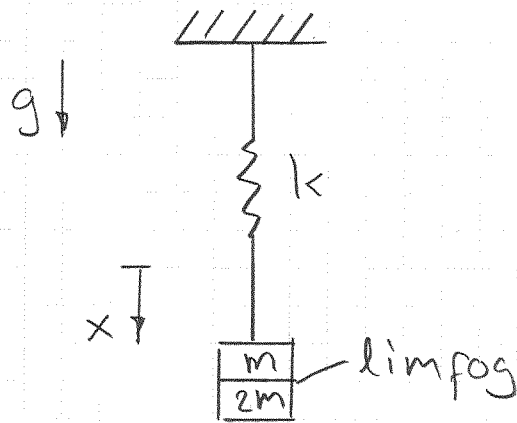
$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} -S'L\sin\theta - mg2L \\ \dot{G}_y \\ \dot{G}_z \end{pmatrix}_{xyz} &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ I_0\omega_B \\ I\omega_A \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_A \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} 0 \\ I_0\omega_B \\ I\omega_A \end{pmatrix}_{xyz} = \\
 &= \begin{pmatrix} -\omega_A I_0 \omega_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Alltså

$$-S'L\sin\theta - mg2L = -\omega_A I_0 \omega_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{\omega_A I_0 \omega_B}{L\sin\theta} - \frac{2mg}{\sin\theta} \quad \underline{\text{Svar}}$$

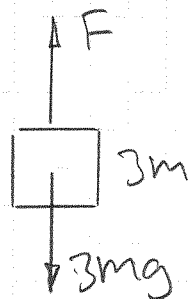
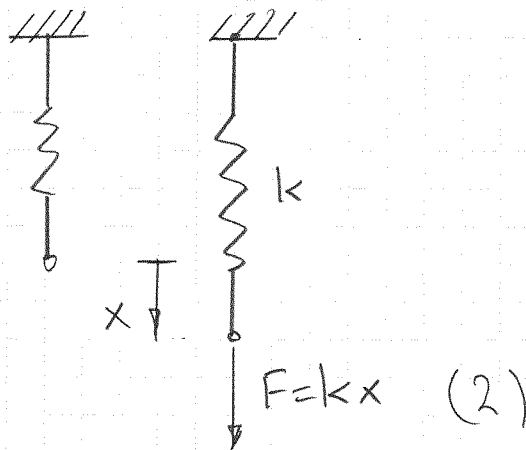
Anm. $S' > 0$ villkor för att snöret ska vara sträckt.



$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Beräkna $x(t)$ o kraften i limfogen.

Frilägg o teckna rörelseeku.



$$\downarrow x: 3mg - F = 3m\ddot{x} \Rightarrow 3mg - kx = 3m\ddot{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{3m}x = g \quad (3)$$

(2)

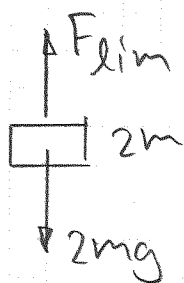
(3) har lös.

$$x(t) = A \sin(\sqrt{\frac{k}{3m}} t) + B \cos(\sqrt{\frac{k}{3m}} t) + \frac{3mg}{k} \quad (4)$$

(4) i (1) ger

$$\underline{x(t) = \frac{3mg}{k} (1 - \cos(\sqrt{\frac{k}{3m}} t))} \quad (5) \quad \underline{\text{Svar}}$$

Frilägg undre massan



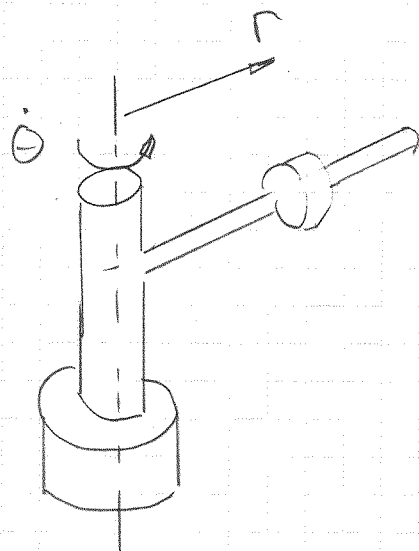
$$\downarrow x: 2mg - F_{lim} = 2m\ddot{x} \Rightarrow F_{lim} = 2mg - 2m\ddot{x} \quad (6)$$

(5) i (6):

$$\underline{F_{lim}} = 2mg + 2m \frac{3mg}{k} \frac{k}{3m} \cos(\sqrt{\frac{k}{3m}} t) =$$

$$\underline{= 2mg(1 - \cos(\sqrt{\frac{k}{3m}} t))} \quad \underline{\text{Svar}}$$

$$\text{Anm. } 0 \leq F_{lim} \leq 3mg$$



$$r = r_0 + b \sin \frac{2\pi t}{\tau} \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = \omega_0 = \text{konst} \quad (2)$$

Beräkna $r = r_c$ så att $a_r = 0$.

Allmänt gäller

$$\begin{cases} a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{cases} \quad (4)$$

(1), (2) i (3) ger

$$a_r = -b \frac{4\pi^2}{\tau^2} \sin \frac{2\pi t}{\tau} - \left(r_0 + b \sin \frac{2\pi t}{\tau} \right) \omega_0^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b \sin \frac{2\pi t}{\tau} \left(\frac{4\pi^2}{\tau^2} + \omega_0^2 \right) = r_0 \omega_0^2 \Rightarrow$$

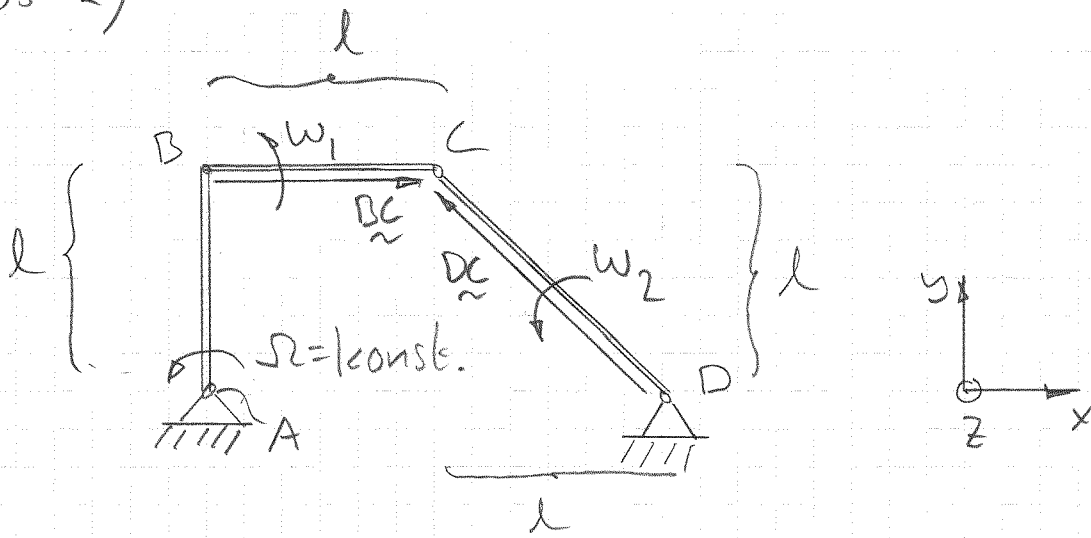
$$\Rightarrow \sin \frac{2\pi t}{\tau} = \frac{-r_0 \omega_0^2}{b \left(\frac{4\pi^2}{\tau^2} + \omega_0^2 \right)} \quad (5)$$

(5) i (1) :

$$\underline{r = r_c} = r_0 - \frac{r_0 \omega^2}{\frac{4\pi^2}{r^2} + \omega_0^2} = r_0 \frac{\frac{4\pi^2}{r^2}}{\frac{4\pi^2}{r^2} + \omega_0^2} =$$

$$= r_0 \frac{1}{1 + \frac{r^2 \omega_0^2}{4\pi^2}}$$

Svar



Beräkna vinkelhast. w_1 o w_2 .

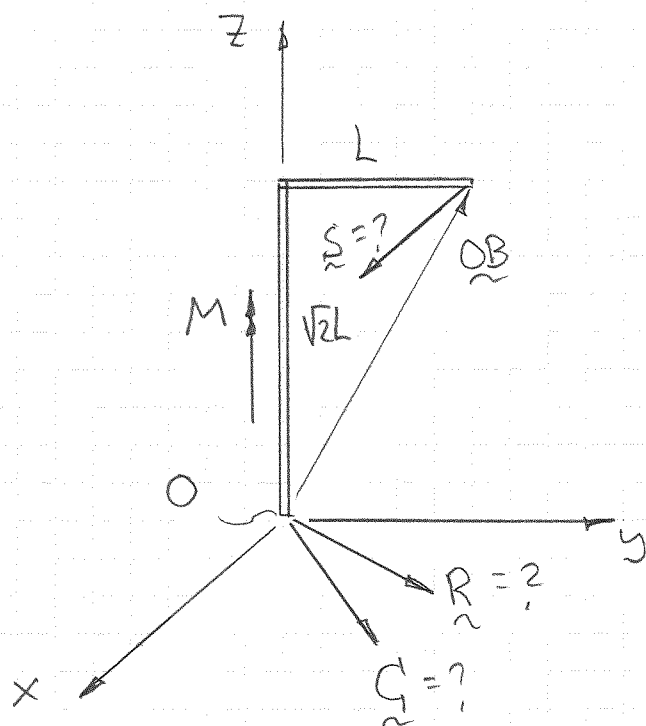
Hast. i C med rel. hast. från två håll:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_1 \times \vec{BC} = \vec{v}_D + \vec{\omega}_2 \times \vec{DC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} -\Omega l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_1 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_2 \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} -l \\ l \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} -\Omega l \\ w_1 l \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} -w_2 l \\ -w_2 l \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \Rightarrow \begin{cases} -\Omega l = -w_2 l \\ w_1 l = -w_2 l \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} w_2 = \Omega \\ w_1 = -\Omega \end{cases} \quad (1) \quad \underline{\text{svan}}$$



Beräkna $\underline{S}$, $\underline{R}$ och $\underline{C}$.

Ur figur 2 förutsättningar:

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \underline{C} = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \underline{R} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix}_{xyz}$$

$$\underline{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ L \\ \sqrt{2}L \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \underline{S} = \frac{S}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}_{xyz}$$

(2)

Jämviktseku:

$$\Sigma \vec{F} = 0: \vec{R} + \vec{S}' = 0 \Rightarrow \vec{R} = -\vec{S}' \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{M}_O = 0: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{pmatrix}_{xyz} + \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} + \frac{S'}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ L \\ \sqrt{2}L \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ M \end{pmatrix}_{xyz} + \frac{S'L}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}_{xyz} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (2)$$

$$(2:1) \text{ ger } \underline{C_x = 0} \quad (3)$$

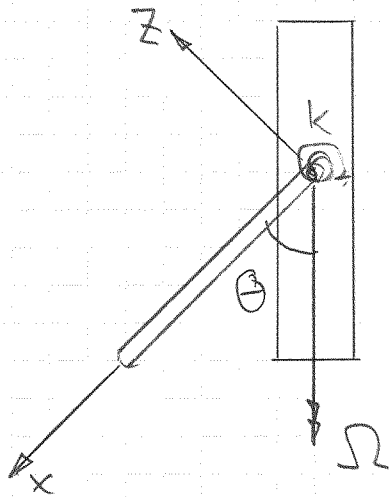
$$(2:3) \text{ ger } \underline{S = \frac{2M}{L}} \quad (4)$$

$$(2:2) \text{ ger } \underline{C_y = -\frac{S'L}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}M} \quad (5)$$

Alltså, med (1):

$$\vec{S}' = \frac{M}{L} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \vec{R} = -\frac{M}{L} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}_{xyz}, \quad \vec{C}' = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}M \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz}$$

svar



$$\underline{I}_0 = \frac{mL^2}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (1)$$

$$M_f = k\theta \quad (2)$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} = \text{konst.} \quad (3)$$

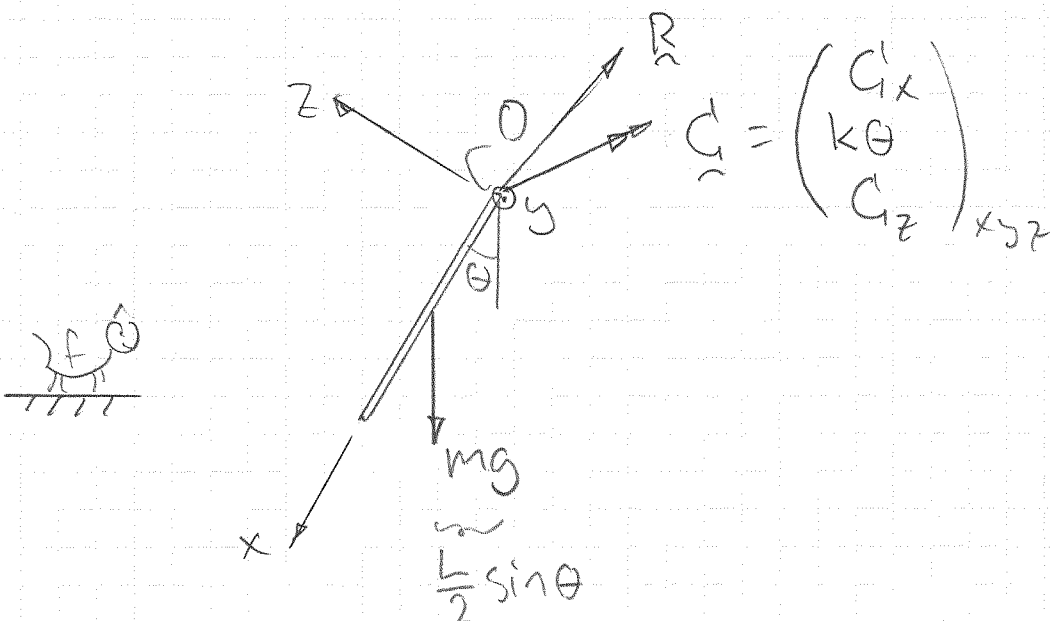
$$\Omega = \text{konst} \quad (4)$$

Ur figur

$$\underline{\omega} = \begin{pmatrix} \Omega \cos \theta \\ -\dot{\theta} \\ -\Omega \sin \theta \end{pmatrix}_{xyz} = [\theta = \text{konst}] = \begin{pmatrix} \Omega \cos \theta \\ 0 \\ -\Omega \sin \theta \end{pmatrix}_{xyz} \quad (5)$$

kröppens rot.

Frilägg o teckna rörelseeku.



(2)

$$\Sigma \vec{M}_O = \frac{d}{dt} \vec{H}_O :$$

$$\begin{pmatrix} C_x \\ k\theta + mg \frac{L}{2} \sin\theta \\ C_z \end{pmatrix}_{xyz} = \frac{d}{dt} \bigg|_f (\vec{I}_O \vec{\omega}) = \frac{d}{dt} \bigg|_{xyz} (\vec{I}_O \vec{\omega}) + \vec{\Omega} \times (\vec{I}_O \vec{\omega}) =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{låt koord.} \\ \text{följa kroppen} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \bigg|_{xyz} (\vec{I}_O \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times (\vec{I}_O \vec{\omega}) = [(1), (5)] =$$

$$= \frac{mL^2}{3} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Omega \sin\theta \end{pmatrix}_{xyz} + \frac{mL^2}{3} \begin{pmatrix} \Omega \cos\theta \\ 0 \\ -\Omega \sin\theta \end{pmatrix}_{xyz} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Omega \sin\theta \end{pmatrix}_{xyz} =$$

$$= 0 \text{ ty } \theta = \text{konst}$$

$$= \frac{mL^2}{3} \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega^2 \sin\theta \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}_{xyz} \quad (6)$$

y-komp. av (6) ger

$$k\theta + mg \frac{L}{2} \sin\theta = \frac{mL^2}{3} \Omega^2 \sin\theta \cos\theta \Rightarrow \left[\theta = \frac{\pi}{6} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \frac{\pi}{6} + \frac{mgL}{4} = \frac{mL^2 \Omega^2}{4\sqrt{3}} \Rightarrow k = \frac{3mL}{2\pi} \left(\frac{\Omega^2}{\sqrt{3}} - g \right)$$

svar

Anm. det måste gälla för $k \geq 0$ att

$$\Omega > \sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{L}}$$

För mindre Ω är $\theta=0$ enda lösningen till (6).