

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen  $f(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2$ . (6p)

2. Givet nivåytan  $z^2 - x^2y - xy = 0$ .

(a) Bestäm tangentplanet till ytan i punkten  $(1, 2, 2)$ . (3p)

(b) Bestäm de punkter där tangentplanet till nivåytan är parallella med planet  $x + y = 0$ . (3p)

3. Beräkna det största och minsta värdet av funktionen  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - x - y$  i det slutna triangelområdet med hörn i punkterna  $(0, 1)$ ,  $(0, -1)$  och  $(1, 0)$ . (6p)

4. Betrakta ekvationen (6p)

$$x^2 + 2xz + y^3 - yz + z^4 = 4.$$

Visa att ekvationen i någon omgivning av  $(1, 1, 1)$  definierar  $z$  som en  $\mathcal{C}^1$ -funktion av  $x$  och  $y$ . Bestäm också den riktning från punkten  $(1, 1)$  som  $z(x, y)$  växer snabbast i.

5. Bestäm  $\iint_D (|x| + y) dx dy$  då  $D$  är cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 9$ . (6p)

6. Givet att  $z \in \mathcal{C}^2$ , lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = \frac{x^3}{y}, \quad x > 0, y > 0.$$

genom att utnyttja variabelbytet  $u = x$ ,  $v = \frac{x}{y}$ .

7. Beräkna (6p)

$$\iint_D \frac{1}{x(1+xy)^2} dx dy$$

då  $D = \{(x, y) : y \geq 1, 1 \leq x \leq y\}$ .