Linköpings universitet
Institutionen för teknik och naturvetenskap
Michael Hörnquist

Statistik och sannolikhetslära, TNIU66

Tentamen, 3 juni 2024, Svar och lösningsskisser

Nedanstående är svar, med viss diskussion och antydningar till hur uppgifterna *kan* lösas. Det är *inte* nödvändigtvis fullständiga lösningar.

1. (a) Direkt räkning ger medel = 0, stickprovsstandardavvikelse = 5. (b) Se kursboken eller Laboration A (såväl antal som andelar på y-axeln är ok). (c) Addera 5 till vart och ett av talen, så de nya talen blir 0, 0, 5, 10, 10. (d) Se kursboken eller Laboration A (såväl antal som andelar på y-axeln är ok).

2. Inför slumpvariabeln X som antalet sålda abonnemang vid tio dörrar. Då blir $X \sim \text{bin}(n = 10, \pi = 0,25)$. Sökt är $\Pr(X \geq 3)$ vilket enklast räknas ut med komplementsatsen (och sambandet för sannolikheter för binomialfördelning) enligt $\Pr(X \geq 3) = 1 - \Pr(X \leq 2) = 1 - \Pr(X = 0) - \Pr(X = 1) - \Pr(X = 2) = 0,47$.

3. (a) Likformig fördelning $X_1 \sim \text{likf}(1, 6)$, $\Pr(X_1 \leq 2) = 2/6 \approx 0,33$. (b) Summan av två likformiga slumpvariabler har en fördelning vi saknar namn för, men vi kan ändå räkna antal gynnsamma utfall och dela med totala antalet utfall. Gynnsamma utfall är (1,1), (1,2), (2,1), (1,3), (2,2), (3,1), dvs 6 stycken. Totala antalet utfall är $6 \cdot 6 = 36$ stycken. Vi får $\Pr(\frac{1}{2}(X_1 + X_2) \leq 2) = 6/36 \approx 0,17$ (c) CGS ger att slumpvariabeln $\frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} X_i$ blir normalfördelad $N(\mu = E(X_1); \sigma = SD(X_1)/\sqrt{50})$. Från kända samband för likformig fördelning fås $E(X_1) = 3,5$ och $SD(X_1) = \sqrt{(6^2 - 1)/12} = 1,7078$. Sammantaget $\Pr(\frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} X_i \leq 2) = \Pr(Z \leq (2 - 3,5)/(1,7078/\sqrt{50})) = \Pr(Z \leq -6,21) \approx 0$.

4. Vi antar att dagsomsättningarna är normalfördelade och oberoende, utan dessa antaganden kan vi just ingenting göra. Då följer att medelvärdet är t-fördelat med $6 - 1 = 5$ frihetgrader. Konfidensintervallet ges av $\bar{x} \pm t_{n-1;1-\alpha/2} s/\sqrt{n}$, vilket med $t_{6-1;1-0,05/2} = 2,571$ ger [28470, 37070] kr (avrundat till närmaste tiotal).

5. (a) Falskt. Vanligt missförstånd.
   (b) Falskt. Mer ovanligt missförstånd.
   (c) Sant.
   (d) Falskt. Approximativt är intervallbredden omvänt proportionell mot kvadratroten ur stickprovsstorleken (dvs krävs 4 gånger större stickprov).
   (e) Falskt. Typisk konfidensnivå är 95%. Fördubbla?
   (f) Falskt. Enkelsidiga intervall saknar begränsning åt ett håll, dvs bredden är oändlig.

6. Från utdatasammanfattningen får man: (a) $y = 5,50 - 0,000338x$, (b) $-0,082 \leq \beta_1 \leq 0,082$, (c) $r^2 = 4,1 \cdot 10^{-6}$. (d) Linjär regression fungerar bra om *hela* datamängden beskrivs hyfsat väl av *en* rät linje. Rimligast att göra här torde vara att dela upp mängden i två delar, en med $0 \leq x \leq 30$ och en med $30 \leq x \leq 60$.