ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2017-08-21 kl. $8^{00} - 13^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

1. (a) Låt (3p)
$$f(x,y) = \frac{(x+2y)^2}{x^2+y^2}, \quad (x,y) \neq (0,0)$$
Kan $f(0,0)$ definieras så att f blir komtinuerlig i $(0,0)$?
   (b) Bestäm tangentplanet till ytan $z^2 = xy$ i punkten $(2,2,2)$. (3p)

2. Bestäm och klassificera alla stationära punkter hos funktionen f som ges av $f(x,y) = 4x^2e^y - 2x^4 - e^{4y}$. (6p)

3. Bestäm massan av tetraedern T som begränsas av koordinatplanen och planet $x + y + 2z = 2$ då densiteten ges av $\rho(x,y,z) = e^{-z}$. (6p)

4. Bestäm största och minsta värde som funktionen $f(x,y) = x^3y$ antar då $x^4 + y^4 = 1$. Vilka värden kan funktionen $f(x,y)$ anta då $x^4 + y^4 = 1$? (6p)

5. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-funktioner $z(x,y)$ som uppfyller den partiella differentialekvationen (6p)
$$x^2 z'_x - z'_y = 0, \quad x > 0.$$
med hjälp av variabelbytet
$$u = x, \quad v = \frac{1}{x} - y.$$

6. Studera avbildningen (6p)
$$\begin{cases} x &= u^3 - uv \\ y &= 3uv + 2v^2 \end{cases}$$
   (a) Visa att avbildningen är inverterbar i en omgivning av $(u,v) = (1,2)$. (3p)
   (b) Bestäm $\frac{\partial u}{\partial x}$ och $\frac{\partial u}{\partial y}$ i punkten där $(x,y,u,v) = (-1,14,1,2)$. (3p)

7. Nivåytan $\sin z + xz + xy = 0$ är given.
   (a) Visa att ytan definierar z som en funktion av x och y nära punkten $(0,0,\pi)$. (1p)
   (b) Bestäm de partiella derivatorna av $z(x,y)$ till och med ordning två i punkten $(0,0)$. (3p)
   (c) Bestäm Taylorpolynomet kring origo av grad två till $z(x,y)$. (2p)