
TNA001 – Matematisk grundkurs

Tentamen 2017-08-23

Datum: 2017-08-23
Tid: 14.00 – 19.00
Kurskod: TNA001
Provkod: TEN1
Institution: ITN
Examinator: Sixten Nilsson
Hjälpmedel: Inga, förutom skriv- och ritmateriel

Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyldel där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

Betyg

Betyg	Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)
5	≥ 36 , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
4	28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
3	20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
U	0 – 19

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan <http://weber.itn.liu.se/~sixni35/TNA001.htm> i samband med tentamenstidens slut.

1. a) För vilket värde på konstanten a är linjen $4x + ay = 5$ en normal till linjen $3x - y = 1$?
b) Ekvationen $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ beskriver en cirkel i xy -planet. Bestäm cirkelns medelpunkt och radie.

2. a) Vilka reella tal x uppfyller olikheten

$$\frac{x}{1-x} \leq \frac{2}{x-3} ?$$

- b) Bestäm konstanten a så att tredjegradsekvationen $x^3 + ax^2 + x + 6 = 0$ har en lösning $x = -1$. Bestäm därefter alla reella lösningar till ekvationen för detta värde på a .

3. I en ON-bas har linjen L ekvationen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ I samma ON-bas har planet Π

ekvationen $x - 2y + z = 0$.

- a) Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet.
b) Beräkna avståndet mellan punkten $(1,1,1)$ och linjen.
c) Beräkna avståndet mellan punkten $(1,1,1)$ och planet.

4. Låt

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{2}}, x \leq 1.$$

- a) Bestäm inversen f^{-1} till f inklusive inversens definitionsmängd.
b) Har graferna till $y = f(x)$ och $y = f^{-1}(x)$ någon gemensam punkt? Vilken i så fall?

5. Låt det komplexa talet $z = \frac{1-i}{2i}$

- a) Bestäm $|z|$ b) Beräkna $\arg(z^3)$ c) Beräkna $(z + 1 + i)^{16}$ på förenklad form.

6. Låt $f(x) = \ln(1 - 2x) + \ln\sqrt{x+1}$.

- a) Bestäm f :s definitionsmängd, D_f .
b) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $f(x) = 0$.

7. Använd induktion för att visa att

$$\sum_{k=1}^n (2k^2 + k) = \frac{n(4n+5)(n+1)}{6}$$

för alla $n \in \mathbb{Z}^+$.