TSTE05 Elektronik & mätteknik

Föreläsning 4
Likströmsteori: Rester
Växelströmsteori: Introduktion

Mikael Olofsson
Institutionen för Systemteknik (ISY)
Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Effektbegreppet

Grunduttryck: $P = UI$

Källor avger (vanligen) elektrisk effekt

Resistorer konsumerar elektrisk effekt

För ett helt nät gäller

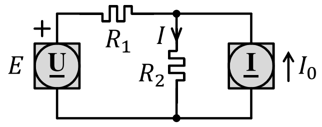
$$\sum_k P_k = 0$$

Lösningsmetodik

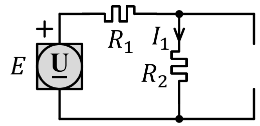
– Superposition

1. Betrakta en källa i taget och gör följande:
   - Nollställ övriga källor
   - Bestäm sökt storhet
2. Addera delresultaten

Exempel: Sök I.



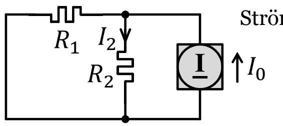
Betrakta E. Nollställ I_o (avbrott). Bestäm I_1.



Ohms lag, seriekoppling:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Betrakta I_o. Nollställ E (kortslutning). Bestäm I_2.



Strömdelning:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0$$

Addera resultaten för att bestämma I.

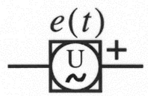
$$I = I_1 + I_2 = \frac{E + R_1 I_0}{R_1 + R_2}$$

Växelströmsteori

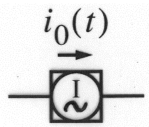
Tidsberoende storheter:

Spänning	$u(t)$
Ström	$i(t)$
Effekt	$p(t)$

Ideal spänningskälla

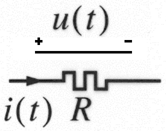


Ideal strömkälla



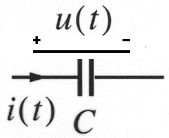
Växelströmsteori – Passiva komponenter

Resistans



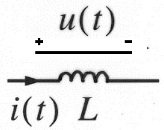
$$u(t) = Ri(t)$$

Kapacitans



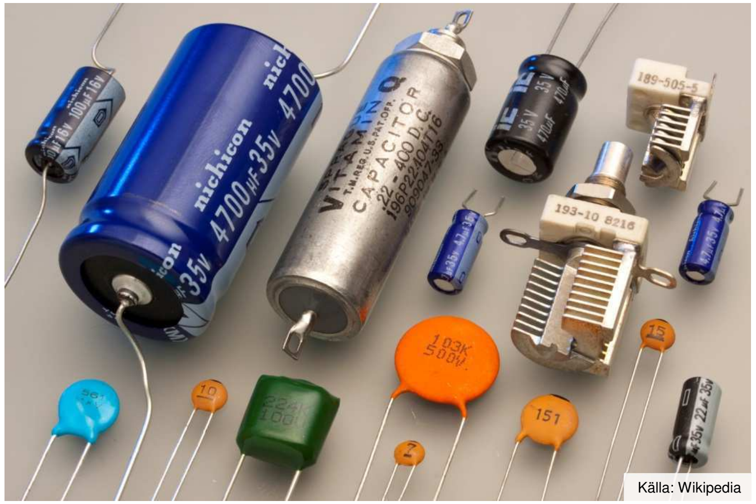
$$i(t) = C\frac{d}{dt}u(t)$$

Induktans



$$u(t) = L\frac{d}{dt}i(t)$$

Kapacitans – Kondensatorer



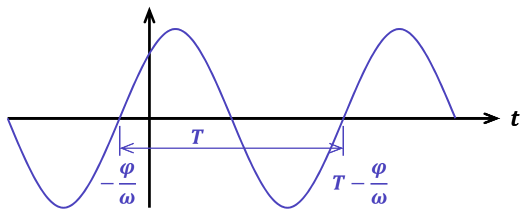
Källa: Wikipedia

Induktans – Spolar

Källa: Wikipedia

Stationär sinussignal

$$x(t) = \hat{X}\sin(\omega t + \varphi)$$



Symbol	Förklaring
$x(t)$	Momentanvärde
$\hat{X}$	Amplitud (toppvärde)
ω	Vinkelfrekvens [rad/s]
φ	Fasvinkel [rad]
T	Periodtid [s]
f	Frekvens [Hz]

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f$$

Momentan effekt

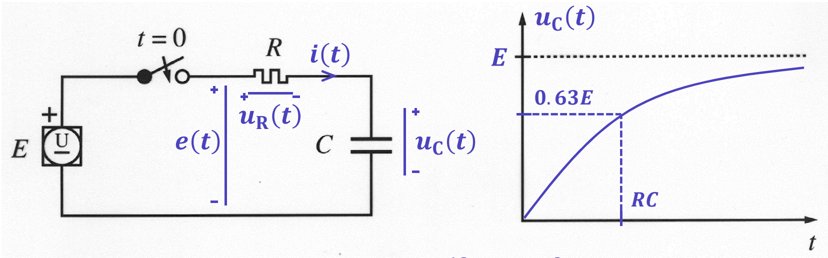
$$p(t) = u(t)i(t)$$

Aktiv effekt: $$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt$$

Effektivvärde: $$X_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\,dt} = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}}$$

Sinus

Uppladdning av en kapacitans



Initialtillstånd: $u_C(0-) = 0$ $\quad e(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ E, & t \geq 0. \end{cases}$ $\quad u_C(t) + u_R(t) = e(t)$

$$u_R(t) = Ri(t) = RC\frac{d}{dt}u_C(t)$$

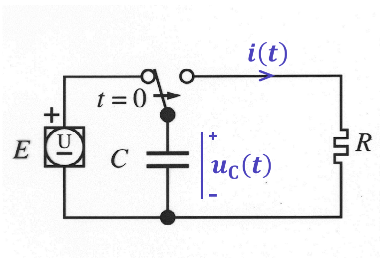
$$i(t) = C\frac{d}{dt}u_C(t)$$

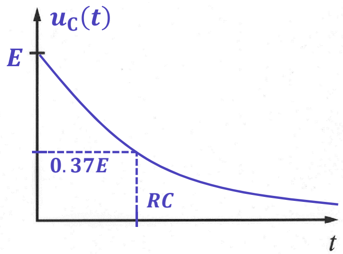
$t \geq 0$: $\quad u_C(t) + RC\frac{d}{dt}u_C(t) = E$

Homogen och partikulär lösning ⇒

$$u_C(t) = (1 - e^{-t/RC})E$$

Urladdning av kapacitans





Initialtillstånd: $u_C(0-) = E$

$t \geq 0$:

$$u_C(t) = Ri(t) = -RC\frac{d}{dt}u_C(t)$$

$$i(t) = -C\frac{d}{dt}u_C(t)$$

$$u_C(t) + RC\frac{d}{dt}u_C(t) = 0$$

Homogen (och partikulär) lösning ⇒

$$u_C(t) = Ee^{-t/RC}$$

jω-metoden

1. Ersätt strömmar, spänningar och källor med deras komplexa motsvarigheter:

$$a(t) = \hat{A}\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$
$$A = \hat{A}e^{j\varphi} = b + jc$$
$$b = \hat{A}\cos\varphi \qquad c = \hat{A}\sin\varphi$$

2. Ersätt R, L, C med deras impedanser:

$$Z_L = j\omega L \qquad Z_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad Z_R = R$$

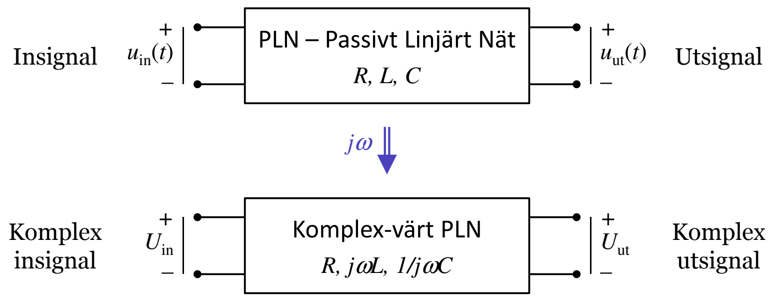
3. Lös problemet med likströmsteori.

4. Gör omvändningen till punkt 1:

$$A = \hat{A}e^{j\varphi} = b + jc \Rightarrow$$
$$a(t) = \hat{A}\sin(\omega t + \varphi)$$
$$\hat{A} = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$\varphi = arg(b + jc) = \operatorname{atan}\frac{c}{b} \quad (\pm\pi)$$

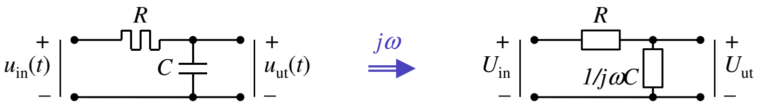
Om $b < 0$

Passiva filter – Introduktion



Samband: $U_{ut} = \underbrace{H(\omega)}_{\text{Frekvensfunktion}} U_{in}$ $\qquad H(\omega) = \underbrace{|H(\omega)|}_{\text{Amplitudkarakteristik}} \cdot e^{j\underbrace{\arg\{H(\omega)\}}_{\text{Faskarakteristik}}} = U_{ut}/U_{in}$

Passiva filter – Exempel 1(2)



Spänningsdelning ger

$$U_{ut} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} U_{in} = \frac{1}{1 + j\omega RC} U_{in}$$

Frekvensfunktion

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Amplitudkarakteristik

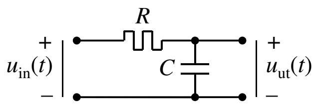
$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Faskarakteristik

$$\arg\{H(\omega)\} = -\arctan(\omega RC)$$

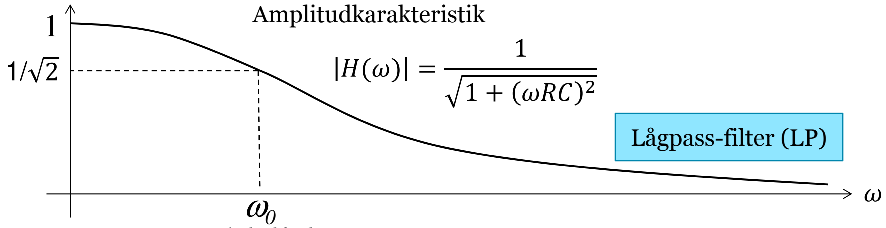
$$u_{in}(t) = \hat{U}_{in} \sin(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad u_{ut}(t) = \hat{U}_{in} |H(\omega)| \sin(\omega t + \varphi + \arg\{H(\omega)\})$$

Passiva filter – Exempel 2(2)



Amplitudkarakteristik

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

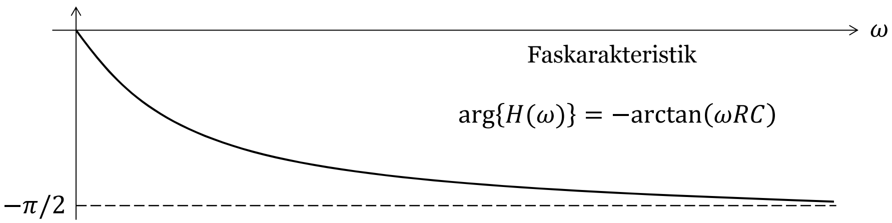


Lågpass-filter (LP)

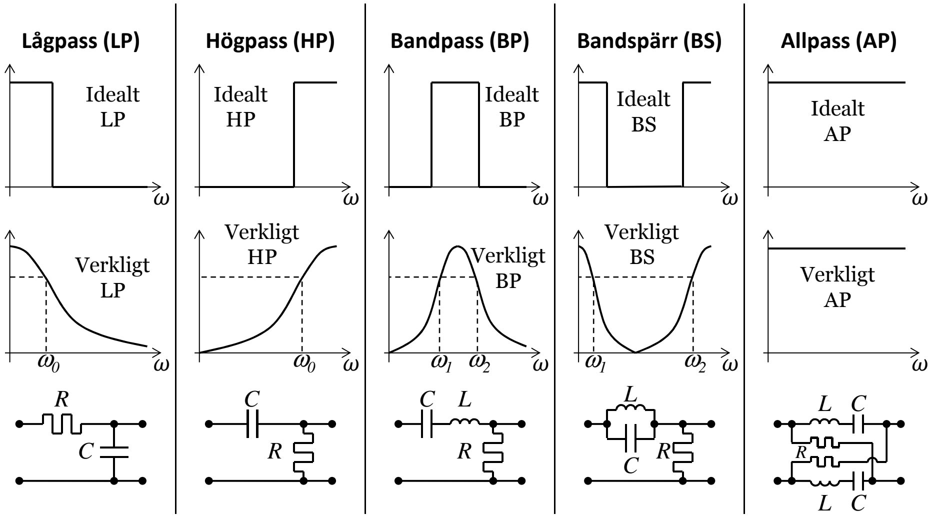
Gränsvinkelfrekvens

Faskarakteristik

$$\arg\{H(\omega)\} = -\arctan(\omega RC)$$



Olika frekvensselektiva filter



Mikael Olofsson
ISY/EKS

www.liu.se