

# Tentamen

## TNA001 – Matematisk grundkurs

Datum: 2014-01-10  
Tid: 08.00 – 13.00  
Kurskod: TNA001  
Provkod: TEN1  
Institution: ITN  
Examinator: Sixten Nilsson  
Hjälpmedel: Inga, förutom skriv- och ritmateriel

### Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyl del där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

### Betyg

| Betyg | Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)                              |
|-------|---|
| 5     | $\geq 36$ , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna |
| 4     | 28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna    |
| 3     | 20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna    |
| U     | 0 – 19  |

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan <http://webstaff.itn.liu.se/~sixni/TNA001.htm> i samband med tentamenstidens slut.

1. a) Lös ekvationen  $|2x - 1| = 2 - |x - 2|$ .

b) Vilka reella tal  $x$  uppfyller villkoret

$$x - 1 < \frac{1}{3 - x}?$$

2. I en ON-bas har planet  $\Pi$  ekvationen  $3x - y + z = 0$ .

a) Bestäm skärningspunkten mellan linjen  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$  och planet  $\Pi$ .

b) Beräkna avståndet mellan  $P = (1, 2, 3)$  och planet  $\Pi$ .

Anm: Lösning utan figur är inte fullständig.

3. a) Beräkna  $(-2 + 2i\sqrt{3})^{25}$ . Ange svaret på formen  $a + bi$  där  $a, b \in \mathbb{R}$ .

b) Markera i ett komplext talplan alla komplexa tal  $z$  som samtidigt uppfyller de båda villkoren  $|z - (1 + i)| \leq 1$  och  $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}$ . Analytisk lösning kvävs inte. Figuren skall ritas tydligt och noggrant.

4. a) Illustrera i en enhetscirkel att det för ett godtyckligt reellt tal  $v$  gäller att

$$\cos(-v) = \cos v \quad \text{respektive} \quad \sin(-v) = -\sin v.$$

För full poäng krävs att figuren är tydligt och noggrant ritad samt förklarad på lämpligt sätt.

b) Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0.$$

5. a) För vilka reella  $x$  gäller det att  $\ln(x + 2) + \ln(x - 3) = 0$ ?

b) För vilka reella tal  $x$  gäller olikheten  $e^{2x} - e^x > 6$ ?

6. Visa att

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

för alla  $n \in \mathbb{Z}^+$ .

7. Undersök om ekvationen

$$\arccos(x^2 + 2x - 2) = \ln(x - 1)$$

har någon reell lösning? Bestäm denna/dessa lösningar i så fall.