TNSL05 – Optimering, Modellering och Planering

Föreläsning 2:

Forts. introduktion till matematisk modellering

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Dagordning

- Matematisk modellering, Linjära Problem (LP)
  - Terminologi
    - Målfunktion
    - Beslutsvariabler
    - Bivillkor
  - Formulering av modeller
  - Grafisk illustration av optimeringsproblem
  - Användning av indexering och summering

Idag

Studenten ska efter avslutad kurs kunna:

- Analysera och formulera optimeringsmodeller inom ekonomiska tillämpningsområden
- Analysera och dra slutsatser från känslighetsanalys för linjära optimeringsproblem och optimeringsproblem med nätverksstruktur
- Förklara den grundläggande matematiska teorin på vilka modeller och algoritmer bygger
- Dra slutsatser från optimeringsmetoder för linjära optimeringsproblem (Simplexmetoden) samt för optimeringsproblem med nätverksstruktur (Simplex för minkostnadsflödesproblem och Dijkstras algoritm för billigasteväg problem)

Metodik för modellering

- Vad kan varieras (påverkas, styras, beslutas)?
  - (Besluts)variabler
- Vad är målsättningen, och hur påverkas den av det som kan varieras
  - Målfunktion
- Vilka restriktioner begränsar det som kan varieras
  - Bivillkor

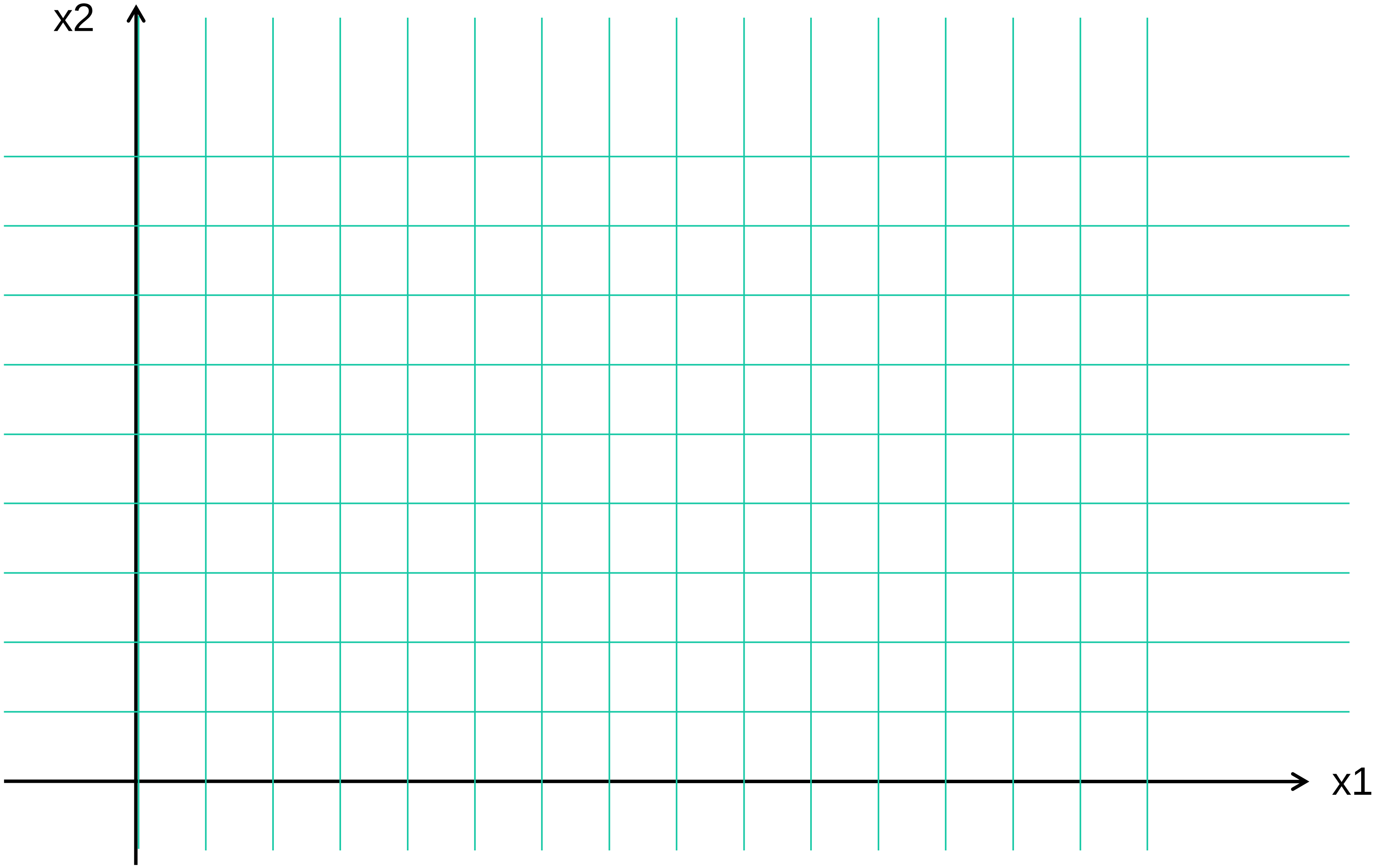
Exempel på ett optimeringsproblem

Linus har kommit på att pannkakor och sockerkakor säljer bra i Norrköping. En pannkaka ger honom 8 kronor i vinst och en sockerkaka 15 kronor. En pannkaka tar 4 minuter att göra, medan en sockerkaka tar 10 minuter. Eftersom Linus även studerar på universitetet, har han högst 2 timmar varje dag i sin firma. Hemligheten bakom hans goda pannkakor och sockerkakor är äggen han köper av en bonde i Askeby, och saltet hämtas ur Gullmarsfjorden. Bonden kan bara sälja 20 ägg per dag till Linus. Varje sockerkaka kräver 2 ägg och varje pannkaka 1/3 ägg. Det nordliga klimatet gör att han bara kan få fram 20 kryddmått salt per dag. Varje pannkaka innehåller ett kryddmått salt.

- Formulera Linus (vinstmaximerings)problem!

Exempel på grafisk lösning

- Skriv upp den matematiska modellen
- Rita koordinatsystem
- Rita villkoren
  - Sätt ena variabeln=0
  - Vad får den andra för värde?
    - Ger en skärningspunkt
  - Samma med andra variabeln
  - 2 punkter ger en linje
  - Är Origo (eller ev. annan punkt) tillåtet?
    - Det ger vilken sida som är tillåtet
- Rita målfunktionen
  - Bestäm sedan ett värde för målfunktionen (t.ex. z=0)
  - Hitta två punkter som har det värdet (t.ex. origo och en till punkt)
  - Rita linjen
  - Linjen skall sedan parallellförflyttas åt något håll, så långt det går inom det tillåtna området
    - Hitta en punkt som INTE är på linjen
      - Har punkten större målfknvärde än linjens, och man skall maximera, ger det hållet linjen skal
        - » Annars skall man flytta ”åt andra hållet”
      - Motsvarande för minimering


x2
x1

Olika klasser av optimeringsproblem

- Beroende på relationer mellan beslut, mål och begränsningar kan optimeringsproblem delas upp i olika klasser
- Vi kommer att arbeta med optimeringsproblem med linjära samband:
  - Linjära optimeringsproblem med kontinuerliga variabler (LP)
  - Linjära optimeringsproblem med heltaliga (diskreta) (och kontinuerliga) variabler (HP)
  - Optimeringsproblem med nätverksstruktur (Minkostnadsflödeproblem, MKF)
- Andra klasser där icke-linjära samband används

Exempel summering/indexering

- Ett företag har *J* fabriker som alla kan producera *I* olika varor. Produktionsplaneringen för de kommande *T* månaderna beskriver hur mycket som ska produceras i varje fabrik av varje vara i respektive månad.
- Låt x_{ijt} vara antal kg av vara *i* som produceras i fabrik *j* under månad *t, i=1…I, j=1…J, t=1…T .*
- Formulera följande krav som bivillkor
  1. Antal kg av vara *i* som totalt produceras i respektive månad *t* måste vara minst D_{it} kg
  2. Varje fabrik *j* kan som mest producera totalt E_{jt} kg av samtliga varor under månad *t*
  3. Fabrik 3, 4 och 5 producera exakt *K* kg av vara 4 under månad 1

Avslutning

- Idag har vi:
  - Diskuterat matematisk modellering
    - Metodik för modellering
      - Variabler
      - Målfunktion
      - Bivillkor
    - Terminologi
    - Generell bivillkorsformulering
      - Summa
      - Index

Nästa föreläsning

- Matematisk modellering, LP
- Ett verkligt exempel från Kelloggs produktionsplanering:

- Implementerades i sin första form 1989 för Nordamerika (5 fabriker, 7 distributionsanläggningar, 80 produkter) och har successivt utvecklats sen dess.
- Beräknade besparingar (jämfört med tidigare planering) på uppemot 500 miljoner kr/år för produktionen i Nordamerika.

Gerald Brown, Joseph Keegan, Brian Vigus, Kevin Wood, (2001) The Kellogg Company Optimizes Production, Inventory, and Distribution. Interfaces 31(6):1-15 www.liu.se

LINKÖPINGS UNIVERSITET