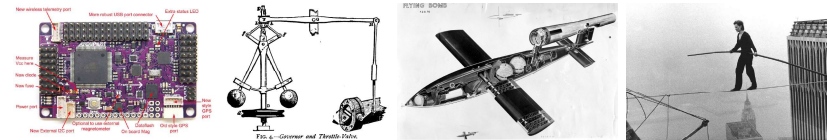


## Reglerteknik

*"Konsten att styra ett system så att syftet uppnås trots störningar och osäkerhet."*

- Ett mycket brett område med applikationer överallt.
- En nyckelkomponent i autonoma system.
- De fundamentala koncepten är inte implementationsspecifika: elektronisk, mekanisk, pneumatisk, mjukvara, nervsystemet,...
- Kursen "Reglerteknik": Linjära system med en in- och en utsignal.



### Vilka är systemen som man styr?

De finns i nästan all teknik omkring oss  
Bilar:

- antispinn, antisladd
- farthållare
- nödbroms
- motorstyrning för avgaskrav och bränsleekonomi
- växellådor
- hybrid drivlina
- osv

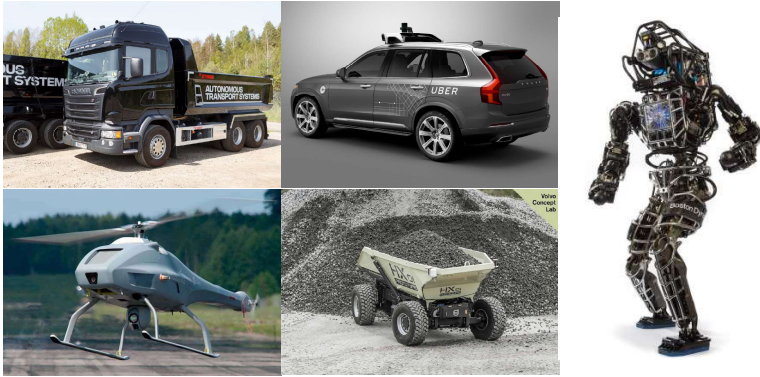


### Visa film!



## Vilka är systemen som man styr?

Autonoma system:



## Mobiltelefoni

- effektstyrning
- trafikstyrning
- DC/DC-omvandlare
- positionering (sensor fusion)
- ...



## Flygplan

- stabilisering
- farthållning, höjdhållning
- navigering
- vapensystem
- quadrotors
- .....



## Visa film!



## Medicinsk teknik

- dialysapparat
- insulinpumpar
- pacemakers
- anestesi (narkos)
- avancerade proteser
- operationsrobotar
- .....



## Visa film!



## Industriell produktion

- pappersindustri
- stålverk
- raffinaderier
- industrirobotar
  - svetsning
  - montering
  - lackering
  - ...
- .....



## Vad styr man?

Exemplet antisladd:

Selektiv bromsning för att få rätt rotationshastighet



## Speciella frågor i kursen

1. Flera in- och utsignaler. Flervariabla system.
2. Systematiska designmetoder.
3. Olinjäriteter.
4. Principiella gränser för reglerprestanda.

## Speciellt i kursen

- Datortenta
  - konventionella "handräkningstal"
  - ren datoruppgift, typiskt syntes av reglersystem med givna specifikationer
  - använd datorn som avancerad kalkylator där det passar
- Datorlektioner och datorlaborationer
  - bli bekant med verktygen
  - bli bekant med metodiken
  - få möjlighet att arbeta med större probleminstanser

## Kursupplägg

1. Fö 1: Inledning
2. Fö 2 – 4: Del I: Linjära system
  - Flervariabla system
  - Störningsbeskrivning
  - Kalmanfilter
3. Fö 4 – 7: Del II: Linjär reglerteori
  - Designmetoder
  - LQG-design
  - $H_\infty$ -metoder
4. Fö 8 – 11: Del III: Olinjär reglerteori
  - Olinjäriteter
  - Självsvängningar
  - Exakt linjärisering
5. Fö 11 – 12: Del II återigen: Specifikationer och begränsningar

## Föreläsning 1

1. Inledning
2. Signalstorlek, förstärkning
3. Singulära värden
4. Lågförstärkningssatsen

## Reglerproblemet

S: System att reglera

R: Regulator

z: Reglerstorhet

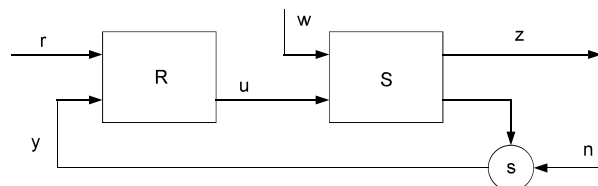
r: Referenssignal

y: Mät signal

u: Styr signal

w: Stör signal

n: Mät fel



Se till att  $z$  följer  $r$  på ett bra sätt, trots inverkan av  $w, n$ , och trots osäkerhet om systemet, samtidigt som rimligt stora värden på  $u$  används.

## Exempel på "system"



1. Reglerobjektet
2. Regulatorn
3. Det slutna systemet

## Stabilitet

Instabilitet i dynamiska system kan få dramatiska konsekvenser.

Ex: tvärsrörelsen hos järnvägsaxlar ("sinusgång") blir instabil ovanför en kritisk hastighet.

Detta inträffade när man satte hastighetsrekord på 1950-talet (331 km/h)



(källa: La vie du rail)

## Visa film!



## Stabilitet, forts.

Bemästrande av stabilitetsproblemen var ett viktigt steg för att utveckla höghastighetståg.

Nuvarande rekord: 575 km/h (2007). I princip ett standard TGV-tåg från Alstom. (större hjul, ballast, förbättrad spänningsmatning)

I Sverige ligger rekordet på 303 km/h (2008) och sattes med ett Reginatåg.



## Signalstorlek och förstärkning

Signalstorlek:

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} z^T(t)z(t) dt$$

Förstärkning hos systemet  $\mathcal{S}$  :

$$\|\mathcal{S}\| = \sup_u \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2}$$

"Välj ett  $u$  sådant att kvoten mellan storleken på ut- och insignal maximeras".

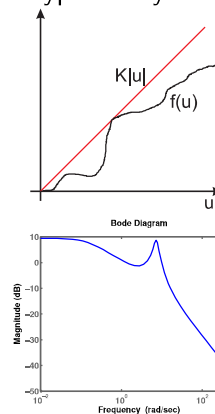
## Stabilitetsteori

- Linjära system enkla: polerna i vänster halvplan
- System med olinjäriteter:
  - Signalstorlek
  - Förstärkning
  - Lågförstärkningssatsen

## Beräkning av förstärkning

Förstärkningen kan ganska enkelt beräknas för två typer av system:

- Statiska olinjäriteter
  - Förstärkningen varierar med amplituden.
  - Förstärkningen varierar inte med frekvensen.
- Linjära dynamiska system av en variabel
  - Förstärkningen varierar inte med amplituden.
  - Förstärkningen varierar med frekvensen.



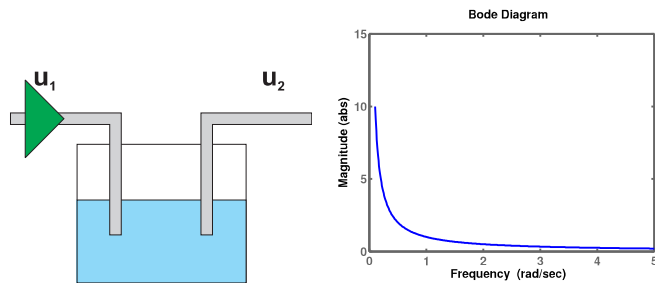
# Hur stor är $G(i\omega)$ om $G(i\omega)$ är en matris?

När vi har flera in- och utsignaler blir det mer komplicerat.

$$G(i\omega) = \begin{bmatrix} G_{11}(i\omega) & G_{12}(i\omega) & \dots & G_{1m}(i\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{p1}(i\omega) & G_{p2}(i\omega) & \dots & G_{pm}(i\omega) \end{bmatrix}$$

Vilken eller vilka Bodediagram är intressanta?

# Ett exempel med två insignaler



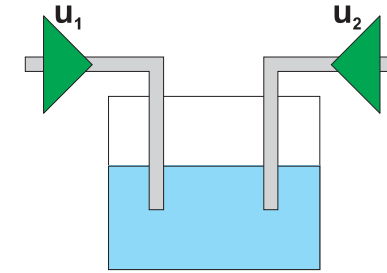
$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Betrakta först en reglering där vi bortser från  $u_2$  ( $u_2 = 0$ ).

Vad blir förstärkningen om vi kombinerar användningen av  $u_1$  och  $u_2$ ?

# Ett exempel med två insignaler

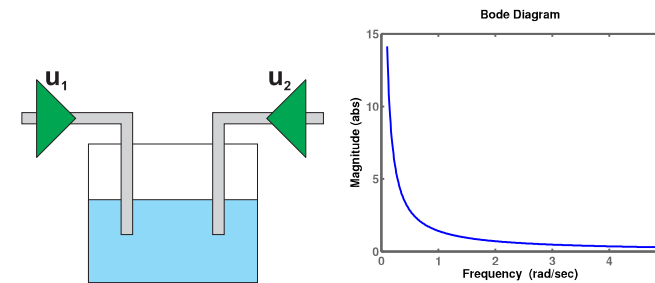


$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Reglering av nivån  $x$  i en tank. Flödet till tanken styrs av de två flödena  $u_1$  och  $u_2$  som kan vara både positiva och negativa.

# Ett exempel med två insignaler



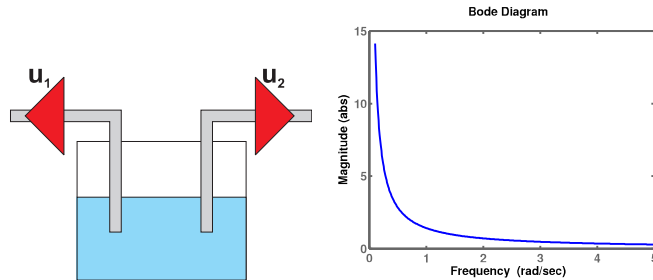
$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Låt pumparna samverka ( $u_2 = u_1$ ): nivån ändrar sig snabbt.



## Ett exempel med två insignaler

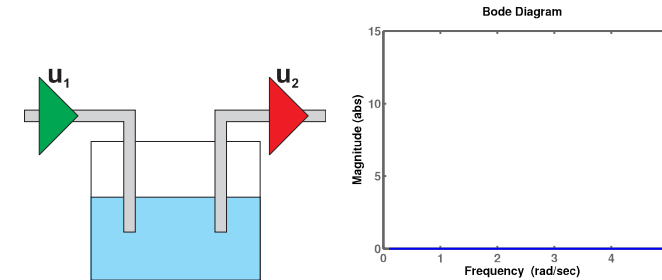


$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Låt pumparna samverka ( $u_2 = u_1$ ): nivån ändrar sig snabbt.

## Ett exempel med två insignaler

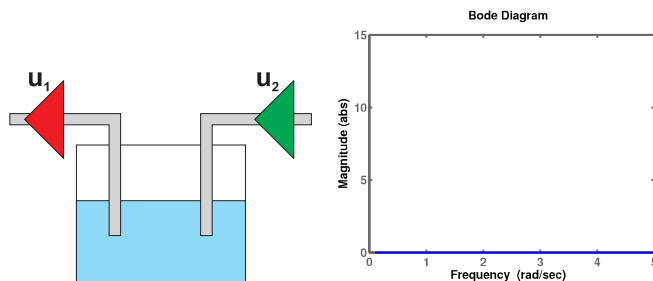


$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Låt pumparna motverka varandra ( $u_2 = -u_1$ ): nivån ändrar sig inte alls.

## Ett exempel med två insignaler

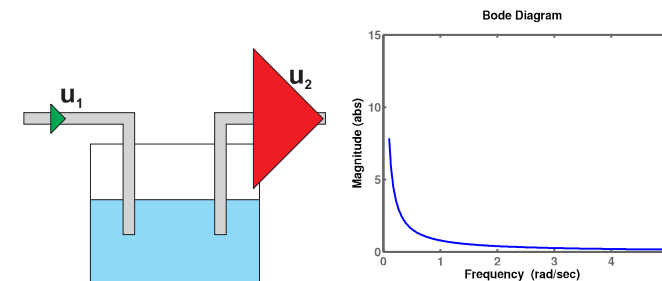


$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Låt pumparna motverka varandra ( $u_2 = -u_1$ ): nivån ändrar sig inte alls.

## Ett exempel med två insignaler



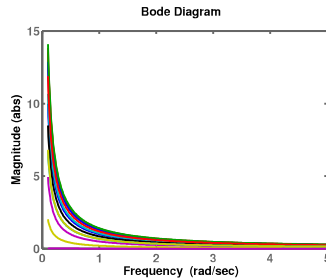
$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Betrakta godtyckliga kombinationer (t.ex.  $u_2 = -5.03 \cdot u_1$ ) mellan användningen av pumparna.



## Ett exempel med två insignaler

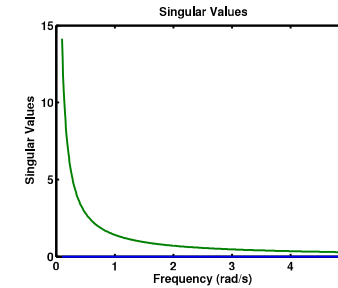


$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

"Alla" kombinationer leder till "en himla många Bodediagram"... Kan man inte bara beräkna de mest relevanta?

## Ett exempel med två insignaler



$$\dot{x} = u_1 + u_2$$

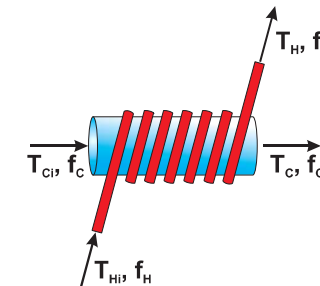
$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Jo, det kan man! De mest relevanta ges av de singulära värdena till överföringsmatrisen.

Hur stor är  $G(i\omega)$  om  $G(i\omega)$  är en matris? forts.

- $|G(i\omega)| =$  största singulära värdet till  $G(i\omega)$
- $|Y(i\omega)| \leq |G(i\omega)| |U(i\omega)|$
- $\|G\|_\infty =$  största singulära värdet till  $G(i\omega)$  för något  $\omega$
- $\|y\|_2 \leq \|G\|_\infty \|u\|_2$

Ett exempel: Värmeväxlare



$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -(f_C + \beta)/V_C & \beta/V_C \\ \beta/V_H & -(f_H + \beta)/V_H \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} f_C/V_C & 0 \\ 0 & f_H/V_H \end{bmatrix} u$$

$$y = x$$

med  $x = [T_C \quad T_H]^T$  och  $u = [T_{C_i} \quad T_{H_i}]^T$ .

## Värmeväxlare, forts.

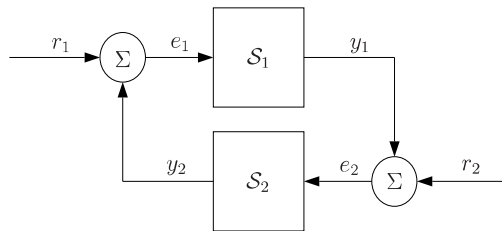
Vi skall använda de numeriska värdena  $f_C = f_H = 0.01$  ( $m^3/min$ ),  $\beta = 0.2$  och  $V_H = V_C = 1$  ( $m^3$ ), vilket ger

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.21 & 0.2 \\ 0.2 & -0.21 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} u$$

$$y = x$$

## Lågförstärkningsatsen

Insignal-utsignal-stabilitet: Ändlig förstärkning



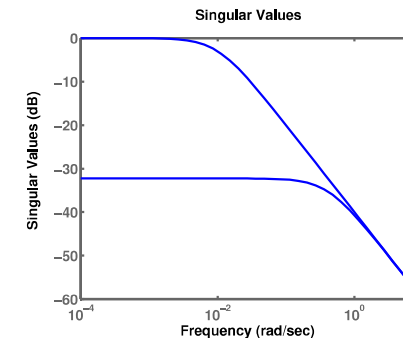
Två stabila system  $S_1$  och  $S_2$  som återkopplas enligt figuren ger ett slutet system som är insignal-utsignal-stabilt om

$$\|S_2\| \cdot \|S_1\| < 1$$

## Överföringsmatrisen

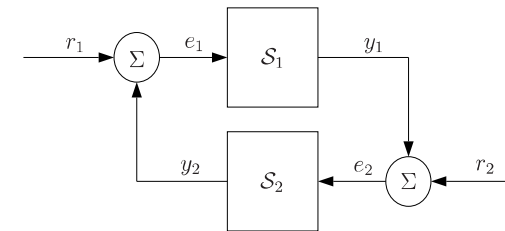
$$G(s) = \frac{0.01}{(s + 0.01)(s + 0.41)} \begin{bmatrix} s + 0.21 & 0.2 \\ 0.2 & s + 0.21 \end{bmatrix}$$

De singulära värdena:



## Lågförstärkningsatsen

Insignal-utsignal-stabilitet: Ändlig förstärkning

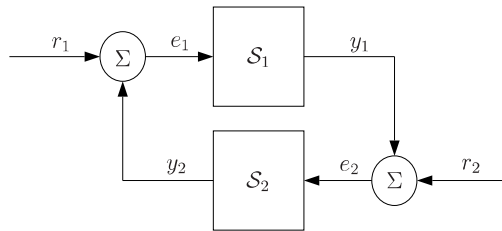


Kriteriet kan för linjära system förenklas till

$$\|S_2 S_1\| < 1$$

# Lågförstärkningssatsen

Insignal-utsignal-stabilitet: Ändlig förstärkning



Kriteriet kan för linjära system förenklas till

$$\|S_2 S_1\| < 1$$

Verkar kriteriet vara konservativt?

Daniel Axehill

Reglerteori 2019, Föreläsning 1

[www.liu.se](http://www.liu.se)