LINKÖPINGS UNIVERSITET

TENTAMEN

Datum:	21 april 2017
Tid:	14-18
Provkod:	TEN1
Kursnamn:	TNSL05 – Optimering, modellering och planering
Institution:	ITN
Antal uppgifter:	5
Betygskrav:	För godkänt krävs normalt 12 p, betyg 4 kräver 16p och betyg 5, 21p.
Examinator:	Joakim Ekström
Jourhavande lärare:	Joakim Ekström, 011-363011
Kursadministratör:	Marie-Louise Gustafsson, 011-363121
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare, ett A4-blad med valfri text/bilder/anteckningar på båda sidor, ordlista för översättning till svenska efter behov

Utlämning av skrivningar sker tidigast efter att resultat har meddelats med e-post. Kortfattat lösningsförslag publiceras på kursens hemsida vid skrivningstidens slut.

Tentamensinstruktioner

<u>När Du löser uppgifterna</u>

Redovisa Dina beräkningar och Din lösningsmetodik noga.
Motivera alla påståenden Du gör.
Använd alltid de standardmetoder som behandlats på föreläsningar och lektioner.
Skriv endast på ena sidan av lösningsbladen. Använd inte rödpenna.
Behandla ej fler än en huvuduppgift på varje blad.

<u>Vid skrivningens slut</u>

Sortera Dina lösningsblad i uppgiftsordning.
Markera på omslaget de uppgifter Du behandlat.
Kontrollräkna antalet inlämnade blad och fyll i antalet på omslaget.
Om du bifogar sidor från tentamen måste dessa sidor rivas ut och lämnas in som numrerade lösblad

(5p) Uppgift 1

Företaget KONIA tillverkar mobiltelefoner i en stor fabrik med flera parallella produktionslinor. För att planera produktionen de kommande T veckorna har KONIA definierat följande icke-negativa och kontinuerliga beslutsvariabler.

x_{ijt} = antal mobiltelefoner av typ $i = 1, \ldots, m$, som produceras på produktionslina $j = 1, \ldots, n$, under vecka $t = 1, \ldots, T$.

Formulera följande krav på produktionen som linjära bivillkor (du behöver inte skapa några nya variabler för att lösa de tre första deluppgifterna) att lägga till i KONIAs produktionsplaneringsmodell:

a) Under vecka 3–7 kommer produktionslina 1 vara stängd för all typ av produktion, pga. underhåll. (1p)

b) Pga. ett strategiskt försäljningsbeslut måste exakt tre gånger så många telefoner av typ 2 som av typ 3, tillverkas varje vecka. (1p)

c) Telefoner av typ 4, 5 och 6 är utrustade med en speciell typ av kamera. För den totala planeringsperioden finns inte fler än s sådana kameror tillgängliga. (1p)

Följande uppgift kan kräva ytterligare *heltaliga variabler* och *linjära villkor.*

d) Pga. att ett särskilt verktyg krävs för att tillverka telefoner av typ 2, så kan denna typ av telefon endast produceras på tre produktionslinor under samma vecka. (2p)

(5p) Uppgift 2

Ett skogsindustriföretag transporterar trä från m terminaler (nära avverkningsområdena) till n kunder (företag som använder trä i sina produkter). Transportkostnaden från terminal i till kund j är c_{ij} per ton. Tillgången på trä vid terminal i är s_i ton och kund j:s efterfrågan är d_j.

LP-problemet nedan används av företaget för att planera sina trätransporter. Antalet ton trä som transporteras från terminal i till kund j är x_{ij}.

$$\min z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

$$då \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le s_i\,, \quad i = 1, \dots, m \quad (tillgång)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge d_j\,, j = 1, \dots, n \quad (efterfrågan)$$

$$x_{ij} \ge 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

Under den aktuella planeringsperioden ges c, s och d av:

$$c = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 17 & 8 & 11 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 12 \\ 2 & 8 & 13 & 12 & 10 \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 700 \\ 850 \\ 900 \end{pmatrix}, \quad d^T = \begin{pmatrix} 250 & 520 & 430 & 350 & 280 \end{pmatrix}$$

Följande utdata ges av AMPL när planeringsproblemet löses:

```
CPLEX 8.0.0: optimal solution; objective 15390

:       x  x.rc    x.down x.current    x.up      :=
1 1    60   0        2       3           3
1 2     0   3        7      10       1e+20
1 3     0   3       14      17       1e+20
1 4   350   0   -1e+20       8          13
1 5     0   0       11      11       1e+20
2 1     0   2        3       5       1e+20
2 2   520   0   -1e+20       7           9
2 3     0   0       14      14       1e+20
2 4     0   8        8      16       1e+20
2 5     0   1       11      12       1e+20
3 1   190   0        2       2           3
3 2     0   2        6       8       1e+20
3 3   430   0   -1e+20      13          13
3 4     0   5        7      12       1e+20
3 5   280   0   -1e+20      10          10
;

: demand.dual demand.down demand.current demand.up     :=
1       3          190           250          540
2       7            0           520          850
3      14          370           430          620
4       8            0           350          640
5      11          220           280          470
;
```

Svara på följande frågor med hjälp av utdata från AMPL:

a) På grund av vägbyggen har transporterna från terminal 1 till kund 4 blivit dyrare. De kostar nu 13 kostnadsenheter per ton. Hur påverkas företagets transportkostnader?

b) Transporten från terminal 2 till kund 4 är väldigt dyr. Ett annat företag har erbjudit sig att ta över den här transportsträckan till en kostnad på 10 konstnadsenheter per ton. Hur mycket skulle skogsindustriföretaget tjäna på att acceptera erbjudandet?

c) Kund 3:s efterfrågan minskar i volym med 100 ton. Hur påverkas företagets transportkostnader, i bästa och sämsta fall?

(5p) Uppgift 3

Betrakta följande maximeringsproblem:

$\max z = 4x_1 + x_2$
då $-2x_1 + x_2 \leq 2$ (bvk1)
$x_1 \leq 5$ (bvk2)
$x_1 + x_2 = 2$ (bvk3)
$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$

a) Formulera problemet på standardform. (1p)
b) Formulera dualen till det ursprungliga problemet ovan. (1p)
c) Illustrera optimeringsproblemet grafiskt.
   i) Illustrera det tillåtna området
   ii) Illustrera målfunktionen för målfunktionsvärdet 0
   iii) Baserat på din illustration, bestäm optimallösning och optimalt målfunktionsvärde (dvs. grafisk lösning)
   (3p)

(5p) Uppgift 4

Denna deluppgift består av ett antal frågor kring antingen Simplexmetoden i allmänhet eller ett specifikt problem i synnerhet. Besvara frågorna kortfattat. Ingen ytterligare motivering krävs. Korrekt svar ger +1p och felaktigt svar ger -1p för respektive deluppgift. En obesvarad deluppgift ger 0p. Uppgiften kan som helhet inte ge mindre än 0p.

Uppgift a och b är otydligt formulerade. Detta kommer det tas hänsyn till i bedömningen.

a) I simplexmetoden måste man alltid välja den variabel med störst negativ (för min-problem) reducerad kostnad, om det finns flera variabler med negativ reducerad kostnad, för att metoden ska leda till att optimallösningen hittas.

b) Alla maximeringsproblem kan formuleras om till minimeringsproblem och därmed lösas som minimeringsproblem.

c) Antag att vi ställ upp en initial simplextablå för ett problem för vilket origo är en tillåten lösning. Vad vet vi om målfunktionsvärdet i initialtablån när vi använder origo som initialt tillåten baslösning?

För deluppgift d och e utgår frågorna från simplextablån nedan.

Ett optimerings problem (maximeringsproblem) löses med simplex på tablåform, och följande tablå har erhållit.

	z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	b
z	1	-2	*a*	0	5	0	-3	0	15
X_5	0	1	2	0	1	1	-2	0	*b*
X_3	0	0	0	1	0	0	1	0	5
X_7	0	2	2	0	0	0	-1	1	8

d) Låt *a* anta värdet -5 och *b* värdet 10. Vilka är de inkommande respektive utgående variablerna i nästa iteration av Simplexmetoden? Vad blir det nya målfunktionsvärdet? Har vi nått optimum?

e) Om vi istället låter a anta värdet -1 och b 3, vilka är de inkommande respektive utgående variablerna i nästa iteration av Simplexmetoden? Vad blir det nya målfunktionsvärdet? Har vi nått optimum?

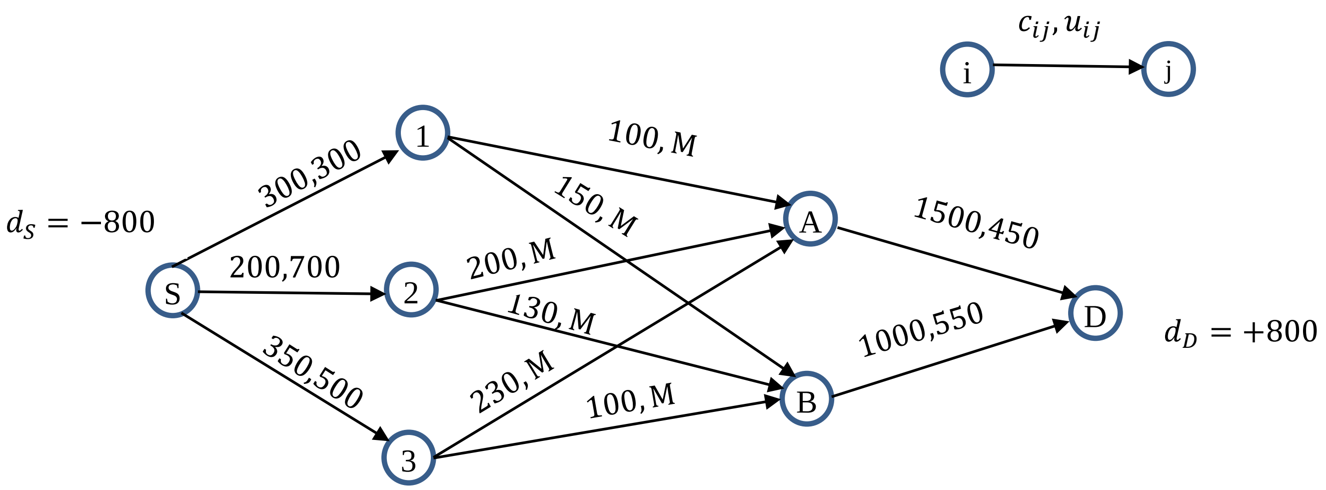
(5p) Uppgift 5

Ett företag i Uganda producerar mangojuice i två fabriker, A och B. Produktionskapaciteten är 450 respektive 550 liter per vecka, och produktionskostnaden är 1500 UGX/liter respektive 1000 UGX/liter (UGX = Ugandisk shilling). För den kommande veckan erbjuder tre mangoodlare färsk frukt till företaget. De erbjuder 300 kg, 700 kg respektive 500 kg mango var, till priserna 300, 200 och 350 UGX/kg. I fabriken mixas frukten med filtrerat vatten, och 1kg frukt ger 1kg juice. Transportkostnaden (i UGX/kg) mellan odlare och fabrik ges i tabellen nedan.

	Till fabrik A	**Till fabrik B**
Från odlare 1	100	150
Från odlare 2	200	130
Från odlare 3	230	100

Företaget har en efterfrågan på 800 liter mangojuice den kommande veckan.

Den kommande veckans produktions- och transportproblem har formulerats som ett minkostandsflödesproblem (nedan). I nätverket nedan visas endast nodstyrkor för noder som hare n positive eller negative styrka.



a) I nätverket ovan är inga flöden angivna. Bestäm ett tillåtet basflöde i nätverket, och avgör om flödet är optimal eller inte. Ange också målfunktionsvärdet för ditt valda flöde. (3p)

b) Det finns en begränsad transportkapacitet från odlarna (totalt för samtliga odlare) till respektive fabrik. Den totala transportkapaciteten in till fabrik A är 400kg och in till fabrik B är den 600kg. Gör förändringar i modellen som tar hänsyn till den nya informationen. (2p)