

# TSTE05 Elektronik & mätteknik

## Föreläsning 3

### Likströmsteori: Problemlösning

Mikael Olofsson

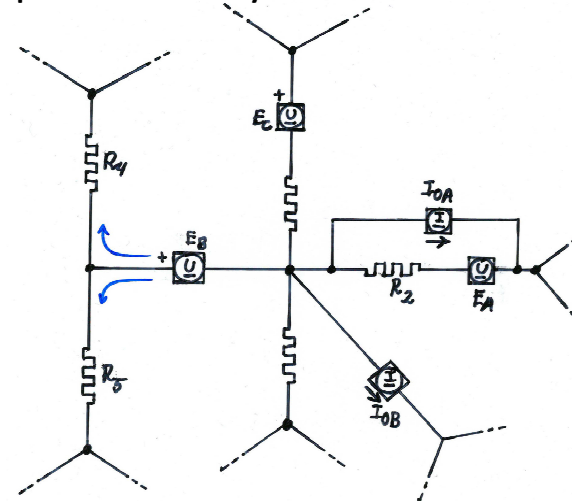
Institutionen för Systemteknik (ISY)

Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

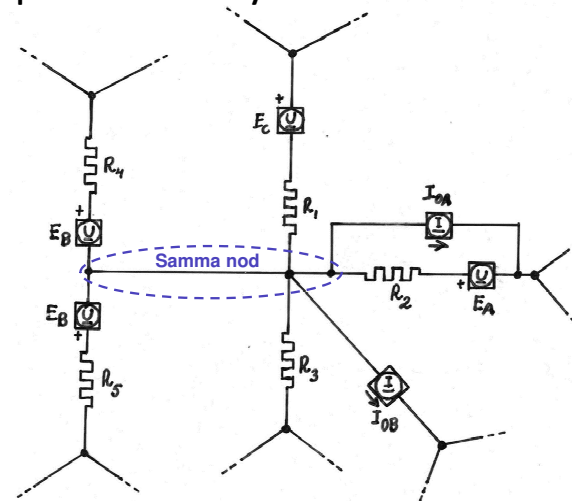
## Metodik Nodanalys

- 1\* Eliminera grenar bestående av ensamma ideala spänningskällor.**
- 2\* Jorda en nod.**
- 3\* Inför nodpotentialer i övriga noder.**
- 4\* Inför referensriktningar för strömmarna i varje gren, och ställ upp en ekvation för varje nod (utom den jordade) med KCL.**

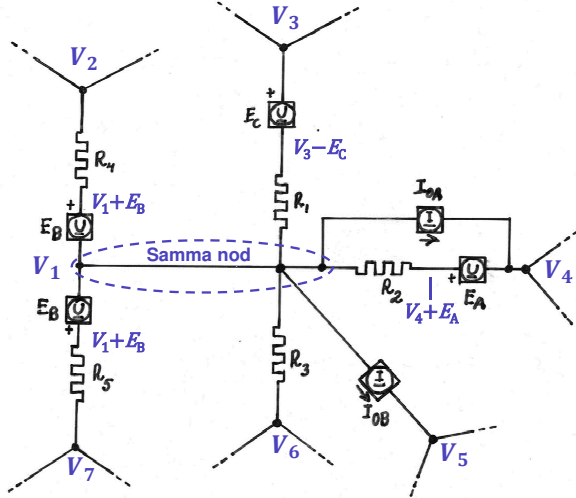
## Exempel Nodanalys – Eliminera ensam spänningskälla



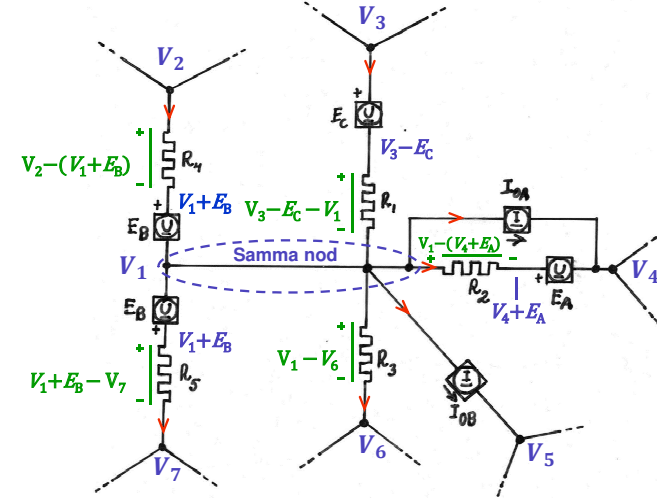
## Exempel Nodanalys – Identifiera noder



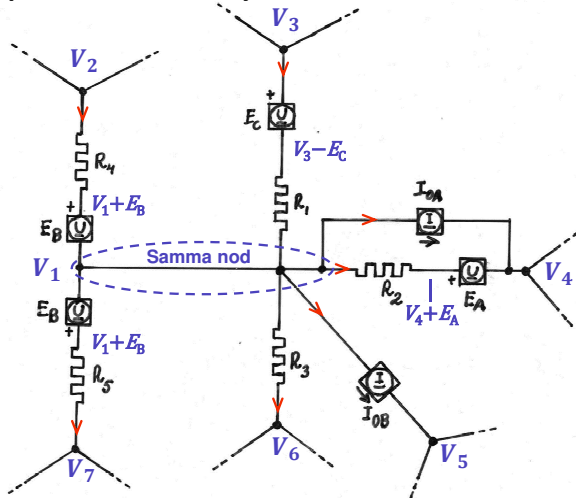
## Exempel Nodanalys – Inför nodpotentialer



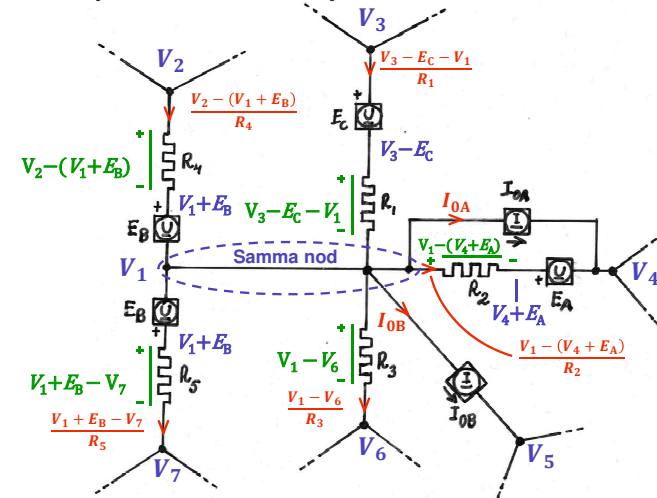
## Exempel Nodanalys – Spänningar över resistanser



## Exempel Nodanalys – Strömmar



## Exempel Nodanalys – Teckna Kirchhoffs strömlag



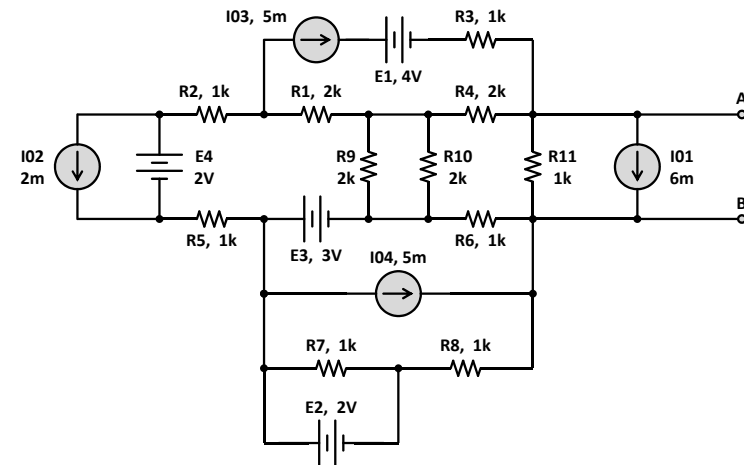
$$\text{KCL i pkt 1: } \frac{V_2 - (V_1 + E_B)}{R_4} + \frac{V_3 - E_C - V_1}{R_1} - I_{0A} - \frac{V_1 - (V_4 + E_A)}{R_2} - I_{0B} - \frac{V_1 - V_6}{R_3} - \frac{V_1 + E_B - V_7}{R_5} = 0$$

## Goda råd inför inlämningsuppgift 1

- Definiera *alla* använda storheter, annars vet jag inte vad du menar med dem.
- Använd vedertagen matematisk notation.
- Alla svar ska ges som närmevärden med minst tre värdesiffror.
- Avrunda inte delresultat. Om du använder Matlab: Matlab har fler siffror än vad Matlab per default redovisar. Följande kommando är bra:  
format long
- Vid handskrivna lösningar: Skanna in dem med någon av LiUs skrivare.
- Bifoga uppgiftsbladet. Skanna in eller skriv av.

## Exempel likströmsteori (typ inlämning 1)

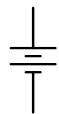
Ersätt denna krets med en theveninekvivalent. Samtliga källor är ideala.



## Symboler i inlämningsuppgift 1



Ideal strömkälla -  $2\text{m} = 2\text{mA}$

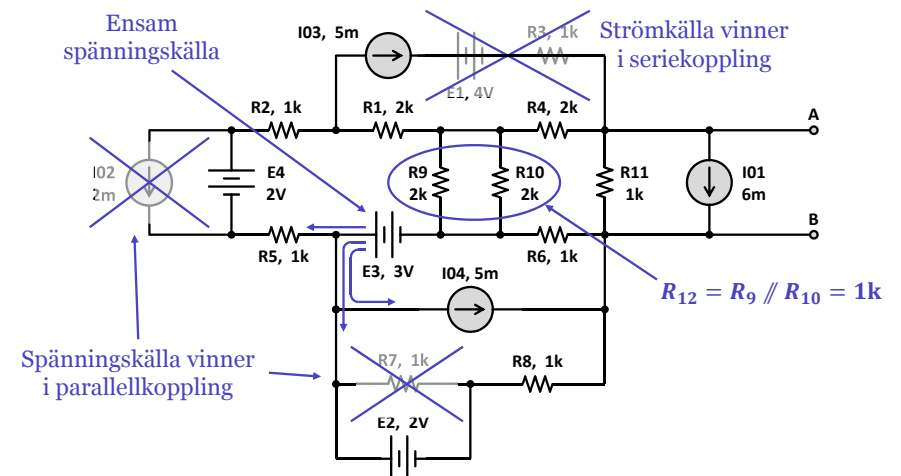


Ideal spänningskälla (långt streck +, kort streck -)



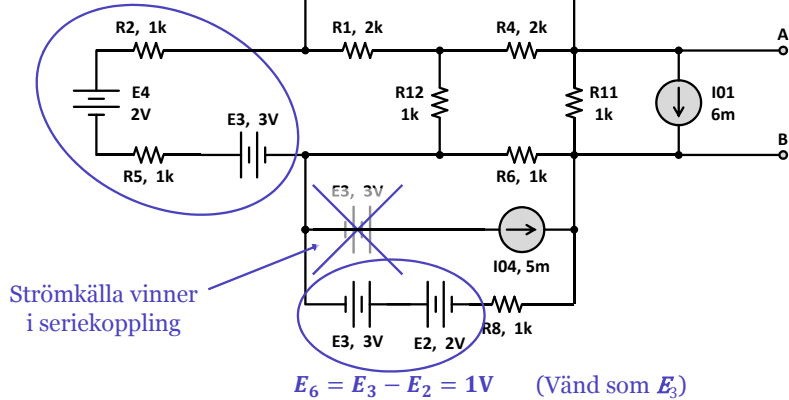
Resistans -  $5\text{k} = 5\text{k}\Omega$

## Exempel likströmsteori – förenklingar

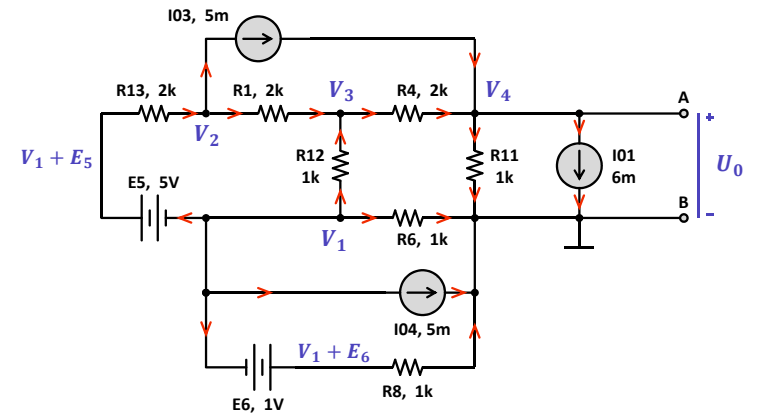


## Exempel likströmsteori – fler förenklingar

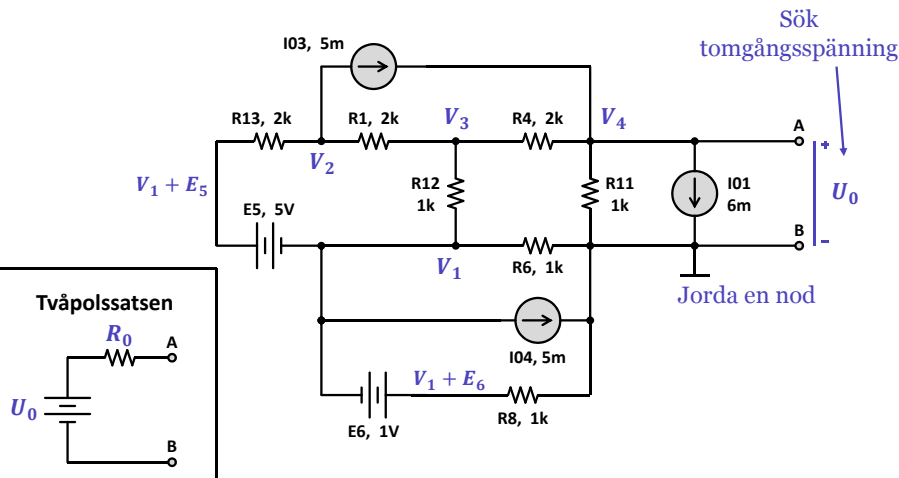
$R_{13} = R_2 + R_5 = 2k$   
 $E_5 = E_3 + E_4 = 5V$



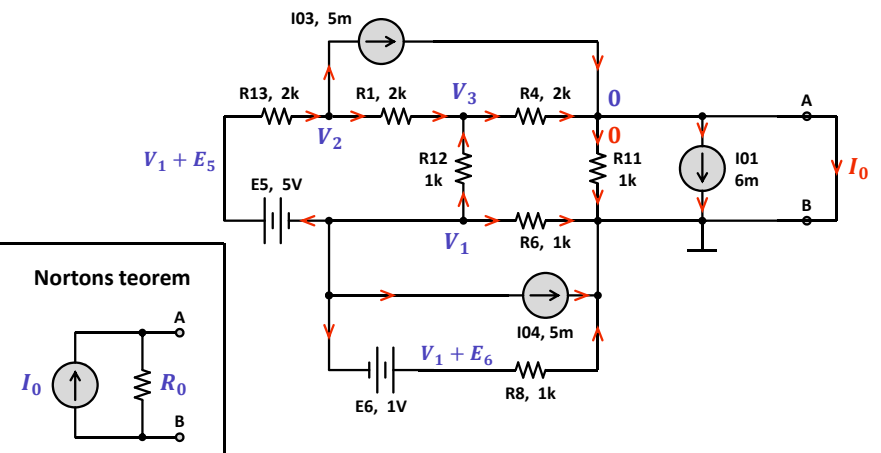
## Exempel likströmsteori – Strömmar



## Exempel likströmsteori – Potentialer, mm

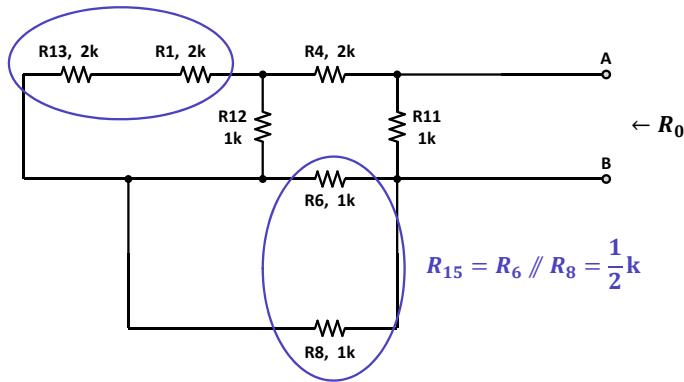


## Exempel likströmsteori – Kortslutningsström



## Exempel likströmsteori – Resistans

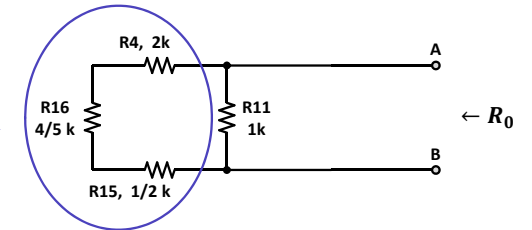
$$R_{14} = R_{13} + R_1 = 4\text{k}$$



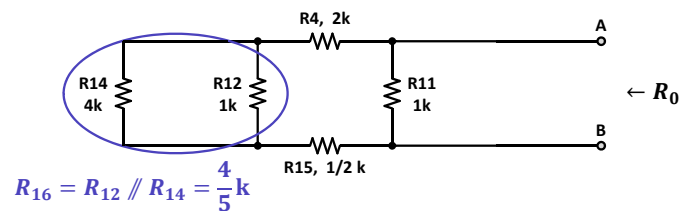
$$R_{15} = R_6 \parallel R_8 = \frac{1}{2}\text{k}$$

## Exempel likströmsteori – Resistans

$$R_{17} = R_4 + R_{16} + R_{15} = \frac{33}{10}\text{k}$$



## Exempel likströmsteori – Resistans

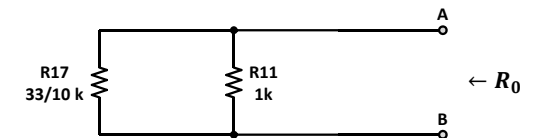


$$R_{16} = R_{12} \parallel R_{14} = \frac{4}{5}\text{k}$$

## Exempel likströmsteori – Resistans

$$R_0 = R_{11} \parallel R_{17} = \frac{33}{43}\text{k}$$

Kontroll:  $R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{33}{43}\text{k}$



Mikael Olofsson  
ISY/EKS

www.liu.se

## Anteckningar från tavlan

Följande sidor innehåller mina anteckningar av det som hamnade på tavlan då jag löste exemplet. Dessa anteckningar innehåller lite mer än vad som faktiskt hamnade på tavlan.

## Bestämning av tomgångsspänning 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - V_4}{R_4} = 0$$

$$\text{Nod 4: } \frac{V_3 - V_4}{R_4} + I_{03} - \frac{V_4 - 0}{R_{11}} - I_{01} = 0$$

## Bestämning av tomgångsspänning 2

$$\left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8}\right)V_1 - \frac{1}{R_{13}}V_2 - \frac{1}{R_{12}}V_3 = -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} + I_{04}$$

$$-\frac{1}{R_{13}}V_1 + \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1}\right)V_2 - \frac{1}{R_1}V_3 = -I_{03} + \frac{E_5}{R_{13}}$$

$$-\frac{1}{R_{12}}V_1 - \frac{1}{R_1}V_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4}\right)V_3 - \frac{1}{R_4}V_4 = 0$$

$$-\frac{1}{R_4}V_3 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}}\right)V_4 = I_{03} - I_{01}$$

### Bestämning av tomgångsspänning 3

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5 - E_6}{R_{13}} - \frac{I_{04}}{R_8} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \\ I_{03} - I_{01} \end{pmatrix}$$

### Bestämning av tomgångsspänning 5

$$D = |A| = 3.5 \begin{vmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} + 0.5 \begin{vmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ -1 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{vmatrix}$$

$$= 3.5(1 \cdot 2 \cdot 1.5 - 1 \cdot 0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1.5) + 0.5(-0.5 \cdot 2 \cdot 1.5 - 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1.5) - (-0.5 \cdot 1 \cdot 0.5)$$

$$= \dots = 5.375$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & -8.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & -2.5 \\ -1 & -0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D_4 = |A_4| = -12.25$$

$$V_4 = \frac{D_4}{D} = -2.2791 \text{ V}$$

$$U_0 = V_4 - 0 = -2.2791 \text{ V}$$

*James*

### Bestämning av tomgångsspänning 4

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + 1 + 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 - 1 - 5 \\ 2.5 - 5 \\ 0 \\ 5 - 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 \\ -1 & -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Enheter  $\nearrow$   $\frac{1}{k\Omega}$  V mA

### Bestämning av kortslutningsström 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - 0}{R_4} = 0$$

## Bestämning av kortslutningsström 2

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{01} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\nearrow$   
A

$\nwarrow$   
b

## Bestämning av kortslutningsström 3

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -4.5152 \\ -6.7273 \\ -3.9394 \end{pmatrix}$$

$$I_k = I_{03} + \frac{V_3 - 0}{R_4} - I_{01} - 0 = 5 + \frac{-3.9394}{2} - 6 = -2.9697 \text{ mA}$$