

Statistik och sannolikhetslära, TNIU66

Tentamen, 20 augusti 2022, Svar och lösningsskisser

1. Direkt räkning ger att företaget har 27 anställda (summera staplarnas höjd). (a) Median är 14:e värdet (mitten av 27), vilket avläses till 29 000:-. Total lönekostnad fås som medelvärde ggr antal, dvs $28\,667 \cdot 27 = 774\,009$:-. (b) Om var och ens lön höjs med 500:- ökar totala lönekostnaden med $27 \cdot 500 = 13\,500$:- till 787 509:-. Medelvärde och median höjs båda med 500:-, alla staplar flyttas lika mycket åt höger, vilket gör att standardavvikelsen inte ändras alls. (c) Om alla får 1,7% i höjning ökar allt med faktorn 1,017, dvs median blir 29 493:-, medel blir 29 154:- standardavvikelsen blir 3765:- och totala lönesumman blir 787 167:-.
2. (a) $\mu = \sum_{k=1}^6 k\Pr(X = k) = 7/2$. (b) $\sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^6 (k - \mu)^2 \Pr(X = k)} = \sqrt{35/12} \approx 1,709$. (c) $\Pr(X = 3, 5) = 0$ (X kan bara anta heltal). (d) $\Pr(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = \Pr(1,8 \leq X \leq 5,2) = \Pr(X = 2) + \Pr(X = 3) + \Pr(X = 4) + \Pr(X = 5) = 4/6$ (oförenliga händelse). (e) $\Pr(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = \Pr(0,1 \leq X \leq 6,9) = 1$.
3. Andelar är sannolikheter. (a) $\Pr(X > 2) = 1 - \Pr(Z < 1,11) \approx 0,1335 \approx 13\%$. (b) $\bar{X} \sim N(\mu = 1,50; \sigma = 0,45/\sqrt{3})$, $\Pr(\bar{X} < 1,0) = \Pr(Z < -1,92) \approx 0,02743 \approx 2,7\%$.
4. Punktskattning av intensitet $i = 5864$ älgolyckor per år. Vi kan använda normalfördelningsapproximationen eftersom $it = 5864 \cdot 9 > 10$ Konfidensintervallet ges av $i \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{i/t}$. Tabellvärde $z_{1-0,1/2} = 1,645$. Konfidensintervallet blir $5822 < \lambda < 5905$ älgolyckor per år.
5. Det är alternativhypotesen vi kan visa, så för L är $H_a : \pi < 0,04$ och för KD är $H_a : \pi > 0,04$. I bägge fallen är $np(1-p) > 5$ så normalapproximationen kan användas. Testvariabeln är $z = (p - \pi_0) / \sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}$, dvs för respektive parti $z_L = -2,94$ och $z_{KD} = 5,88$. Utifrån alternativhypoteserna får vi att det kritiska området för L ligger till vänster om $-z_{0,999}$ och för KD till höger om $z_{0,999}$. Eftersom $z_{0,999} = 3,090$ följer att H_0 kan förkastas för KD med inte för L. Slutsats: På signifikansnivån 0,1% skulle vid ett val idag Kristdemokraterna klara sig kvar i riksdagen. För Liberalerna kan ingenting sägas, resultatet är alltför osäkert.
6. (a) Förklaringsgraden fås som "R-kvadrat", dvs 100%. (b) Stickprovmodellens regressionsparametrar avläses från "Konstant" och "X-variabel 1" så att ekvationen för regressionslinjen blir $\hat{y}_{x^*} = x^*$ (konstanttermen är så extremt nära noll att den försummas). (c) Förklaringsgrad på 100% finns i princip aldrig för riktiga data. Regressionslinjen anger att värdet av sålda glassar är lika med antalet grader ute i Celsius, vilket är fullständigt orimligt (inte minst för att vissa dagar har negativa temperaturer). (d) Det ser ut som att Pontus på något sätt har lyckats mata in exakt samma värden på x som på y , oklart dock om det är temperatur eller glassförsäljningen som har kommit med både som x -värden och som y -värden.