ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2015-01-08 kl. $14^{00} - 19^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Betrakta ekvationen
$$1 + \sin(xy) = e^{x+y}.$$
   (a) Visa att ekvationen i någon omgivning av $(0, 0)$ definierar y som funktion av x. Bestäm $y(0)$ och $y'(0)$ (4p)

   (b) Bestäm Taylorutvecklingen av y kring 0 med termer upp till och med första graden. (2p)

2. Givet funktionsytan $z = xy^3$.

   (a) Bestäm tangentplanet till funktionsytan i punkten $(2, 1, 2)$. (3p)

   (b) Bestäm de punkter där tangentplanet till funktionsytan är parallella med planet $x + y - z = 0$. (3p)

3. Låt $f(x, y) = x^2y - y^3 + 3y$. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen f antar i den slutna triangelytan med hörn i punkterna $(0, 0)$, $(2, 2)$ och $(2, 4)$. (6p)

4. Beräkna $\iint_D x^2y^2dxdy$ då D är området i första kvadraten som begränsas av kurvorna $xy = 1$, $xy = 2$, $y = x$ och $y = 4x$. (6p)

5. Bestäm $\iiint_D x^2dxdydz$ då D är området som begränsas av ytorna (6p)
$$z = x^2 + 3y^2, \quad \text{och} \quad z = 8 - x^2 - y^2.$$

6. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)
$$e^{2y}z''_{xx} - z''_{yy} + z'_y = 0.$$
genom att utnyttja variabelbytet $u = x + e^y$, $v = x - e^y$.

7. Bestäm punkterna på skärningen mellan ytorna, (6p)
$$x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1, \quad \text{och} \quad x^2 + y^2 = 1,$$
som ligger närmast origo.