

TSTE05 Elektronik & mätteknik

Föreläsning 3

Likströmsteori: Problemlösning

Mikael Olofsson

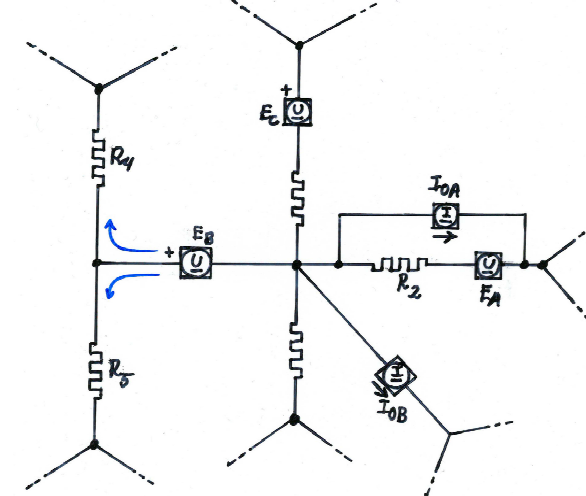
Institutionen för Systemteknik (ISY)

Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

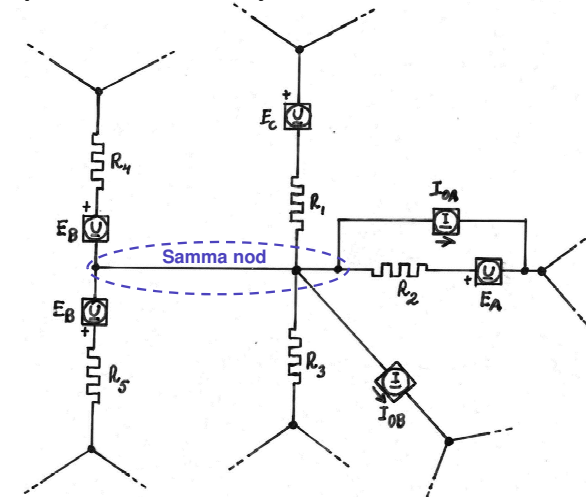
Metodik Nodanalys

- 1* **Eliminera grenar bestående av ensamma ideala spänningskällor.**
- 2* **Jorda en nod.**
- 3* **Inför nodpotentialer i övriga noder.**
- 4* **Inför referensriktningar för strömmarna i varje gren, och ställ upp en ekvation för varje nod (utom den jordade) med KCL.**

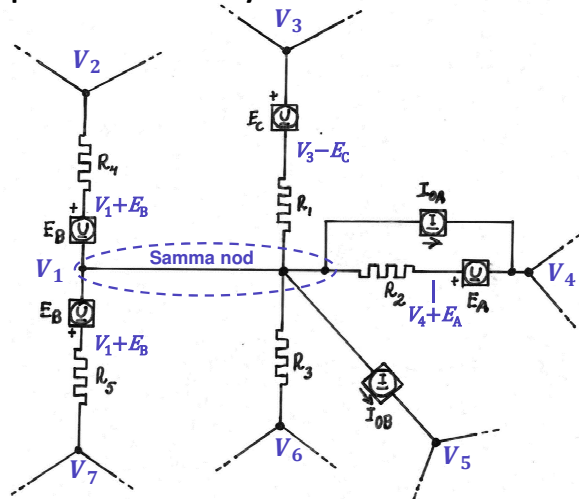
Exempel Nodanalys – Eliminera ensam spänningskälla



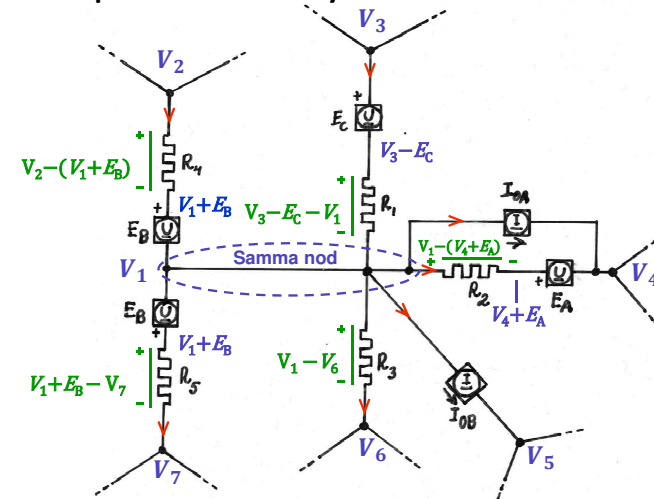
Exempel Nodanalys – Identifiera noder



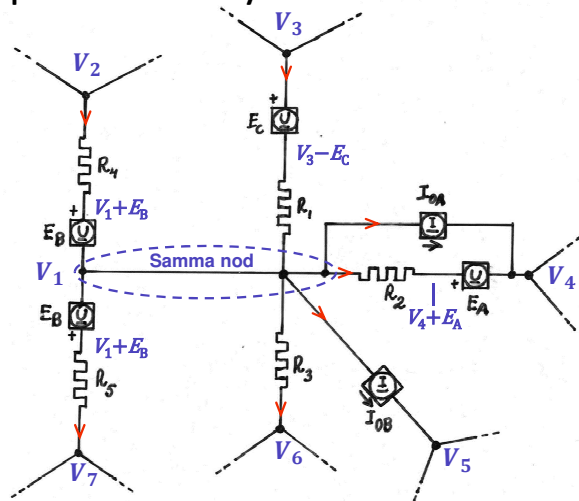
Exempel Nodanalys – Inför nodpotentialer



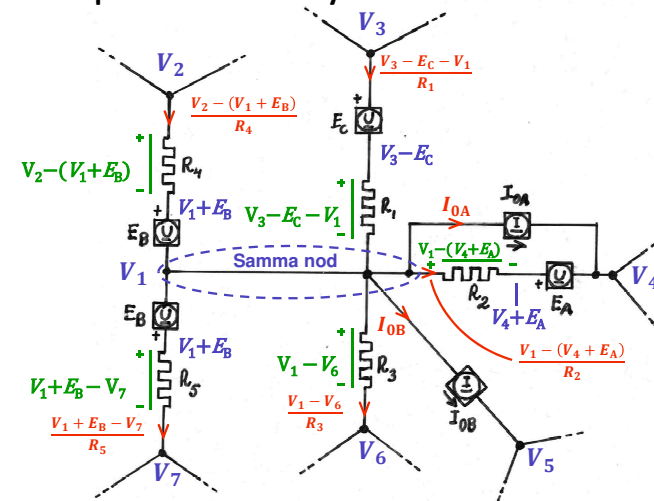
Exempel Nodanalys – Spänningar över resistanser



Exempel Nodanalys – Strömmar



Exempel Nodanalys – Teckna Kirchhoffs strömlag



$$\text{KCL i pkt 1: } \frac{V_2 - (V_1 + E_B)}{R_4} + \frac{V_3 - E_C - V_1}{R_1} - I_{0A} - \frac{V_1 - (V_4 + E_A)}{R_2} - I_{0B} - \frac{V_1 - V_6}{R_3} - \frac{V_1 + E_B - V_7}{R_5} = 0$$

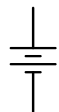
Goda råd inför inlämningsuppgift 1

- Definiera *alla* använda storheter, annars vet jag inte vad du menar med dem.
- Använd vedertagen matematisk notation.
- Alla svar ska ges som närmevärden med minst tre värdesiffror.
- Avrunda inte delresultat. Om du använder Matlab: Matlab har fler siffror än vad Matlab per default redovisar. Följande kommando är bra:
format long
- Vid handskrivna lösningar: Skanna in dem med någon av LiUs skrivare.
- Bifoga uppgiftsbladet. Skanna in.

Symboler i inlämningsuppgift 1



Ideal strömkälla – $2\text{m} = 2\text{mA}$



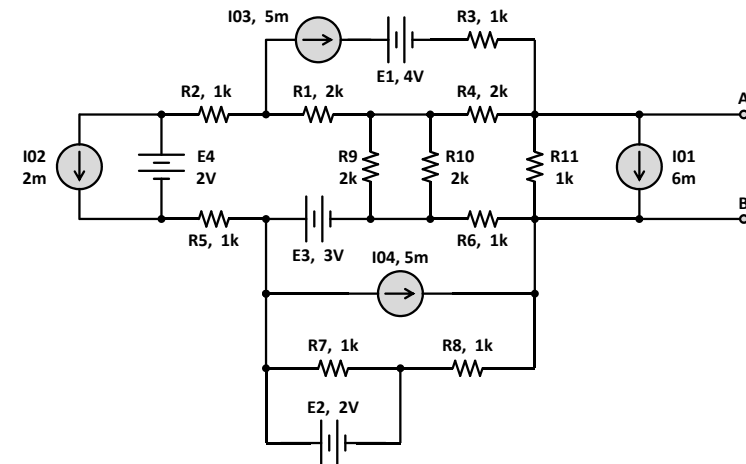
Ideal spänningskälla (långt streck +, kort streck -)



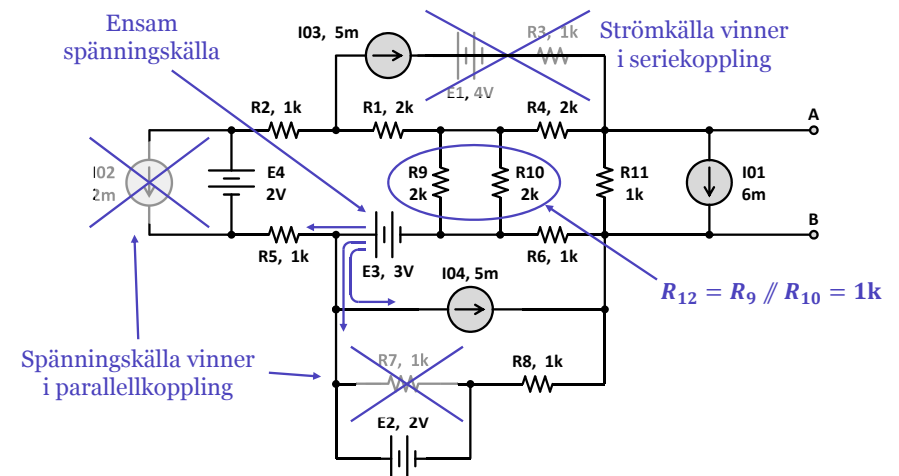
Resistans – $5\text{k} = 5\text{k}\Omega$

Exempel likströmsteori (typ inlämning 1)

Ersätt denna krets med en theveninekvivalent. Samtliga källor är ideala.



Exempel likströmsteori – förenklingar



Exempel likströmsteori – fler förenklingar

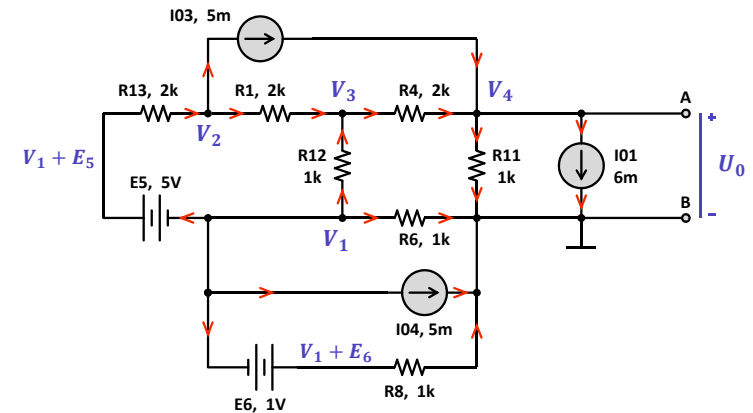
$$R_{13} = R_2 + R_5 = 2k$$

$$E_5 = E_3 + E_4 = 5V$$

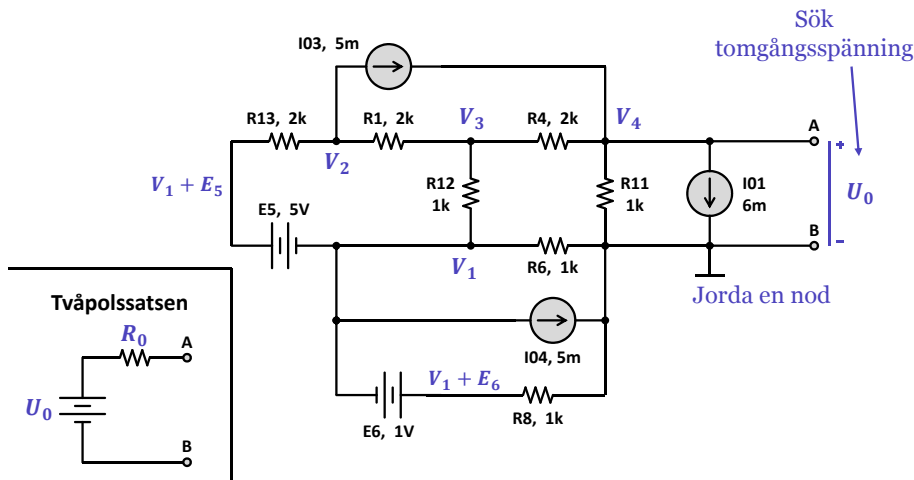
Strömkälla vinner
i seriekoppling

$$E_6 = E_3 - E_2 = 1V \quad (\text{Vänd som } E_3)$$

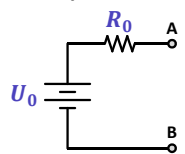
Exempel likströmsteori – Strömmar



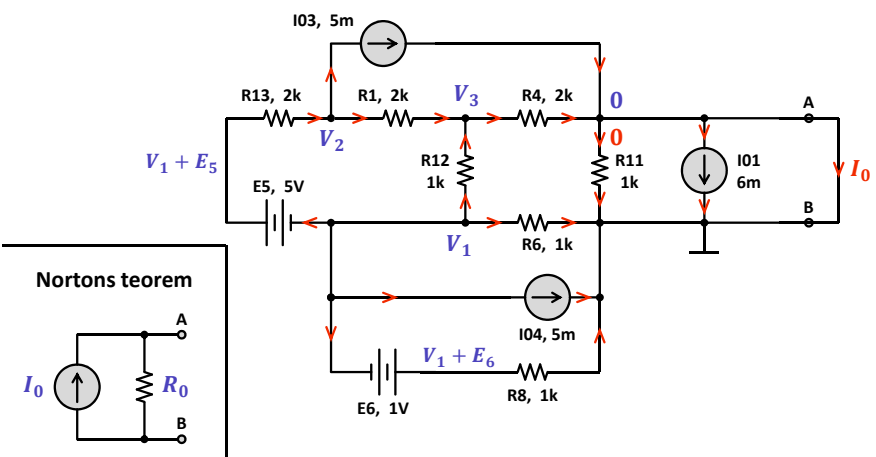
Exempel likströmsteori – Potentialer, mm



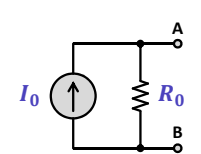
Tvåpolssatsen



Exempel likströmsteori – Kortslutningsström

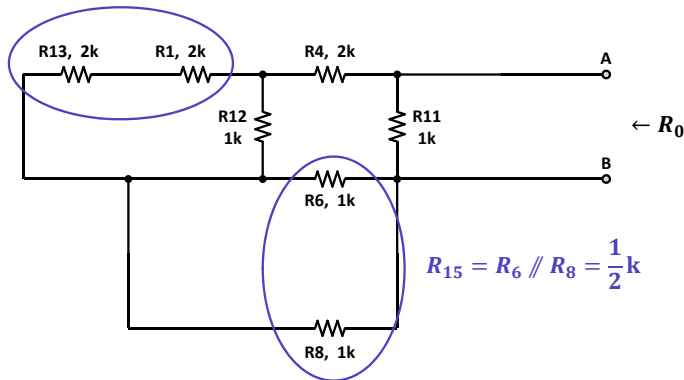


Nortons teorem



Exempel likströmsteori – Resistans

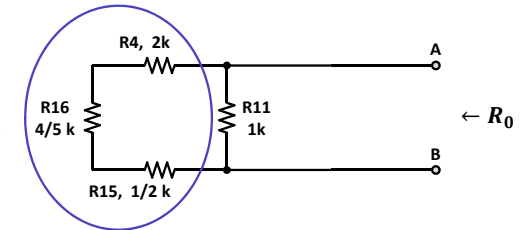
$$R_{14} = R_{13} + R_1 = 4\text{k}$$



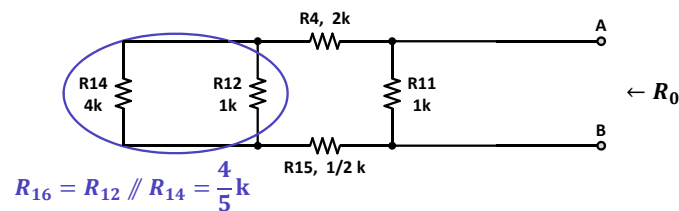
$$R_{15} = R_6 \parallel R_8 = \frac{1}{2}\text{k}$$

Exempel likströmsteori – Resistans

$$R_{17} = R_4 + R_{16} + R_{15} = \frac{33}{10}\text{k}$$

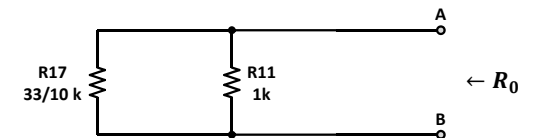


Exempel likströmsteori – Resistans



$$R_{16} = R_{12} \parallel R_{14} = \frac{4}{5}\text{k}$$

Exempel likströmsteori – Resistans



$$R_0 = R_{11} \parallel R_{17} = \frac{33}{43}\text{k}$$

$$\text{Kontroll: } R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{33}{43}\text{k}$$

Mikael Olofsson
ISY/EKS

www.liu.se

Anteckningar från tavlan

Följande sidor innehåller mina anteckningar av det som hamnade på tavlan då jag löste exemplet. Dessa anteckningar innehåller lite mer än vad som faktiskt hamnade på tavlan.

Bestämning av tomgångsspänning 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_5 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - V_4}{R_4} = 0$$

$$\text{Nod 4: } \frac{V_3 - V_4}{R_4} + I_{03} - \frac{V_4 - 0}{R_{11}} - I_{01} = 0$$

Bestämning av tomgångsspänning 2

$$\left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8}\right)V_1 - \frac{1}{R_{13}}V_2 - \frac{1}{R_{12}}V_3 = -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_5}{R_8} + I_{04}$$

$$-\frac{1}{R_{13}}V_1 + \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1}\right)V_2 - \frac{1}{R_1}V_3 = -I_{03} + \frac{E_5}{R_{13}}$$

$$-\frac{1}{R_{12}}V_1 - \frac{1}{R_1}V_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4}\right)V_3 - \frac{1}{R_4}V_4 = 0$$

$$-\frac{1}{R_4}V_3 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}}\right)V_4 = I_{03} - I_{01}$$

Bestämning av tomgångsspänning 3

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{04} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \\ I_{03} - I_{01} \end{pmatrix}$$

Bestämning av tomgångsspänning 5

$$D = |A| = 3.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} + 0.5 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ -1 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{vmatrix}$$

$$= 3.5 (1 \cdot 2 \cdot 1.5 - 0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0.5) + 0.5 (-0.5 \cdot 2 \cdot 1.5 + 0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 1.5) - (-0.5 \cdot 0.5 - 0.5)$$

$$= 5.375$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & -8.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & -2.5 \\ -1 & -0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D_4 = |A_4| = -12.25$$

$$V_4 = \frac{D_4}{D} = -2.2791 \text{ V}$$

$$U_0 = V_4 - 0 = -2.2791 \text{ V}$$

Bestämning av tomgångsspänning 4

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + 1 + 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 - 1 - 5 \\ 2.5 - 5 \\ 0 \\ 5 - 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 \\ -1 & -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Enheten $\nearrow$ $1/k\Omega$ V mA

Bestämning av kortslutningsström 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - 0}{R_4} = 0$$

Bestämning av kortslutningsström 2

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{01} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\uparrow$
A

$\uparrow$
b

Bestämning av kortslutningsström 3

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -4.5152 \\ -6.7273 \\ -3.9394 \end{pmatrix}$$

$$I_k = I_{03} + \frac{V_3 - 0}{R_4} - I_{01} - 0 = 5 + \frac{-3.9394}{2} - 6 = -2.9697 \text{ mA}$$