

Tentamen

TNA001 – Matematisk grundkurs

Datum: 2015-01-07
Tid: 08.00 – 13.00
Kurskod: TNA001
Provkod: TEN1
Institution: ITN
Examinator: Sixten Nilsson
Hjälpmedel: Inga, förutom skriv- och ritmateriel

Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyl del där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

Betyg

Betyg	Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)
5	≥ 36 , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
4	28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
3	20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
U	0 – 19

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan <http://webstaff.itn.liu.se/~sixni/TNA001.htm> i samband med tentamenstidens slut.

1. a) Lös ekvationen

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0, x \in [0, \pi].$$

- b) För vilka reella x är uttrycket

$$\arcsin(2x) - \arccos(x - 1)$$

definierat?

2. Betrakta linjen $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ och planet $x - 2y + 2z = 0$. (ON-bas)

- a) Bestäm koordinaterna för linjens skärningspunkt med planet.

- b) Beräkna avståndet mellan punkten $P = (1, 2, 0)$ och det givna planet. För full poäng krävs en tydligt ritad figur.

3. Låt $f(x) = |x| - |1 - 2x| - 3x$.

- a) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $f(x) = 0$.

- b) Har f har invers? Bestäm i så fall denna.

4. a) Bestäm lösningsmängden till olikheten

$$\frac{x-1}{x} \leq \frac{x-1}{2}.$$

- b) Vilka komplexa tal z uppfyller olikheten

$$|z-3| \geq |z-2i|?$$

5. a) För vilka reella x gäller det att

$$\ln(6-x) - 2 \ln x = \ln 2?$$

- b) Lös för reella x ekvationen

$$e^{3x} - 5e^{2x} - 14e^x = 0.$$

6. Visa att

$$\sum_{k=2}^n \frac{4}{(k-1) \cdot k \cdot (k+1)} = \frac{n^2 + n - 2}{n(n+1)}$$

för alla $n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 2$.

7. Ekvationen för en rät linje som går genom punkten (x_0, y_0, z_0) och som har riktningsvektorn

$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \gamma \neq 0$, kan skrivas på formen

$$\frac{x-x_0}{\alpha} = \frac{y-y_0}{\beta} = \frac{z-z_0}{\gamma} \quad (*)$$

- a) Visa/motivera villkoren i (*) genom att utgå från linjens ekvation på parameterform.

- b) Hur ser motsvarande villkor ut om $\alpha = 0$?

- c) Bestäm konstanten k så att linjen $2x = y = z$ skär planet $x + ky = 0$ under vinkeln $\pi/6$.