

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Givet funktionen  $f(x, y) = e^{x+2y}$ .

(a) I vilken riktning växer  $f$  snabbast i utgående från punkten  $(-1, 1)$ ? (3p)

(b) Bestäm tangentplanet till funktionen  $f$  i punkten  $(-1, 1)$ . (3p)

2. Bestäm tangentvektorn till skärningen mellan ytorna (6p)

$$xyz = -2 \quad \text{och} \quad x^2 + y + z^2 = 4$$

i punkten  $(1, -1, 2)$ .

3. Bestäm  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  då  $D$  är området som ges av att  $x^2 + y^2 \leq 4x$ . (6p)

4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen  $f(x, y, z) = x + y + z$  antar i området  $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$ . (6p)

5. Beräkna (6p)

$$\iiint_D z dx dy dz$$

där  $D$  är tetraedern med hörn i  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 1, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  och  $(0, 1, 1)$ .

6. Betrakta ekvationen (6p)

$$x^2 + y^2 + z + yz^5 = 0$$

Visa att ekvationen i någon omgivning av  $(0, 0, 0)$  definierar  $z$  som en funktion av  $x$  och  $y$ . Avgör om  $z(x, y)$  har ett lokalt maximum eller minimum i punkten  $(0, 0)$ .

7. Givet att  $z \in \mathcal{C}^2$ , lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$z''_{xx} - z''_{yy} = 0,$$

genom att utnyttja variabelbytet  $u = x + ay$ ,  $v = x + by$ , och välja  $a$  och  $b$  på lämpligt sätt.