

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

1. Avgör om följande gränsvärde existerar och beräkna det i fall det existerar

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad (6p)$$

Svar: Gränsvärde saknas.

2. Bestäm tangentplanet till ytan $x^2 + 2y^2 - z^2 = 2$ i punkten $(1, 1, 1)$. (6p)

Svar: Tangentplanet är $x + 2y - z = 2$.

3. Givet funktionen (6p)

$$f(x, y) = x^3y + 12x^2 - 8y.$$

Bestäm och klassificera alla stationära punkter till funktionen $f(x, y)$.

Svar: Stationära punkter är $(2, -4)$. Sadelpunkt i $(2, -4)$.

4. Avgör om nivåytan (6p)

$$x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 1$$

definierar z som en funktion av x och y i en omgivning av $(0, 0, 1)$. Beräkna också $z'_x(0, 0)$ och $z''_{xy}(0, 0)$.

Svar: $z'_x(0, 0) = 0$ och $z''_{xy}(0, 0) = -2$.