

Tentamen

TNA001 – Matematisk grundkurs

Datum: 2016-01-04
Tid: 08.00 – 13.00
Kurskod: TNA001
Provkod: TEN1
Institution: ITN
Examinator: Sixten Nilsson
Hjälpmedel: Inga, förutom skriv- och ritmateriel

Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyl del där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

Betyg

Betyg	Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)
5	≥ 36 , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
4	28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
3	20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
U	0 – 19

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan <http://webstaff.itn.liu.se/~sixni/TNA001.htm> i samband med tentamenstidens slut.

1. För vilka reella tal x är följande uttryck definierade?

a) $\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$.

b) $\arcsin(x-2) + \arccos(3x-7)$.

2. Bestäm alla reella tal x som uppfyller

a) $\ln(x-2) + \ln(x-1) = 2\ln 3$

b) $(x+1)^3 \geq x+1$.

3. I en ON-bas ligger punkten $P_0 = (-1, 0, 2)$ i planet Π , som vidare är ortogonalt mot linjen L med

ekvationen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$.

a) Bestäm planet Π 's ekvation på normalform.

b) Beräkna koordinaterna för speglingen av punkten $P = (1, 2, -3)$ i linjen L .

Observera att till denna uppgift skall du rita och använda tydliga och korrekta figurer för att lösningen skall vara fullständig. Figurerna skall ritas med lämpliga hjälpmedel.

4. a) Beräkna

$$\left((1 - i\sqrt{3}) \cdot \left(2e^{i\frac{\pi}{4}} \right)^2 \right)^{36}$$

på formen $a + bi$ där $a, b \in \mathbb{R}$ och i är den imaginära enheten.

b) Markera i ett komplext talplan alla komplexa tal z som ligger på cirkelskivan $|z - 2| \leq 2$ och som är sådana att $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{6}$. För full poäng skall det av en välritad figur framgå var (i vilka punkter) som strålarna $\theta = 0$ respektive $\theta = \frac{\pi}{6}$ skär cirkelns rand. Koordinaterna för dessa skärningspunkter skall också vara *analytiskt motiverade*.

5. a) Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 3x = 0.$$

b) Låt $f(x) = \sqrt{\arctan(2x-1)}$. Har f invers? Bestäm i så fall denna och dess definitionsmängd.

6. a) Bestäm det minsta positiva heltalet n sådant att

$$\sum_{k=1}^n (4k + 6) \geq 20\,000.$$

b) I utvecklingen av $\left(\frac{1}{x} - x^3\right)^{20}$ finns en konstant term. Bestäm denna term och ange den som ett heltal.

7. Finns det något eller några reella tal t sådana att sambandet

$$\sum_{k=1}^n 3(1 - tk)^2 = 16n^3 + 12n^2 - n$$

gäller för alla $n \in \mathbb{Z}^+$? Visa i så fall påståendet för detta eller dessa värden på t .