

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

1. Låt $f(x, y) = x^2y + xy$
 - (a) Bestäm riktningsderivatan till funktionen f i riktningen $(1, 2)$ i punkten $(-1, 1)$. (3p)
 - (b) I vilken riktning utgående från punkten $(2, 1)$ växer funktionen snabbast? Med vilken hastighet växer f ? (3p)
2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = x^2 + xy + y^3 - y^2$. (6p)
3. Bestäm alla C^1 -funktioner $z(x, y)$ som uppfyller den partiella differentialekvationen (6p)

$$x^2 z'_x - z'_y = 0, \quad x > 0.$$

med hjälp av variabelbytet

$$u = x, \quad v = \frac{1}{x} - y.$$

4. Avgör om det i en omgivning till punkten $(0, 0, 0)$ finns en funktion $z(x, y)$ som satisfierar ekvationen (6p)

$$x^3 + y^3 + z^3 + x^2z - yz - z = 0$$

Om en sådan funktion finns, bestäm $z(0, 0)$, $z'_x(0, 0)$ och $z'_y(0, 0)$.