

Tentamen

TNA001 – Matematisk grundkurs

Datum: 2015-10-30
Tid: 08.00 – 13.00
Kurskod: TNA001
Provkod: TEN1
Institution: ITN
Examinator: Sixten Nilsson
Hjälpmedel: Inga, förutom skriv- och ritmateriel

Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyl del där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

Betyg

Betyg	Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)
5	≥ 36 , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
4	28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
3	20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
U	0 – 19

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan <http://webstaff.itn.liu.se/~sixni/TNA001.htm> i samband med tentamenstidens slut.

1. Bestäm alla reella tal x som uppfyller

a) $|x| + |x - 3| = 2x + 4$.

b) $x + 2 \leq \frac{2x}{x-1}$.

2. I en ON-bas är punkten $P = (1,1,1)$ och linjen L har ekvationen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$.

a) Bestäm skärningspunkten mellan linjen L och planet med ekvationen $3x - 2y + z = 14$.

b) Bestäm koordinaterna för den ortogonala projektionen av P på linjen L .

c) Beräkna avståndet mellan P och linjen L .

Observera att till uppgift 2 skall du rita och använda tydliga och relevanta figurer för att lösningen skall vara fullständig. Figurerna skall ritas med lämpliga hjälpmedel.

3. a) Låt z_1 och z_2 vara de komplexa talen $z_1 = 3 + 3i$ respektive $z_2 = e^{i\pi/3}$.

(a1) Bestäm z_1 på formen $z_1 = re^{iv}$.

(a2) Beräkna $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{24}$. Ange svaret på formen $x + iy$ där x och y är reella tal.

b) Bestäm alla komplexa tal z som uppfyller de båda villkoren $\begin{cases} \operatorname{Im} z = 1 + \operatorname{Re} z \\ |z - i| = 1 \end{cases}$. Ange dessa z på formen $z = x + iy$, där x och y är reella tal.

4. a) Bestäm värdet av $\sin(2\alpha)$ om $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ och $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

b) Bestäm reella tal C och v så att

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x = C \sin(2x + v).$$

c) Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos 2x = 0.$$

5. a) Lös, för reella x , ekvationen

$$e^x - 27e^{x/4} = 0.$$

b) Bestäm alla reella x sådana att

$$\ln(1 - x) - 2 \ln x \leq \ln 2.$$

6. Visa att

$$\sum_{k=1}^n (1 - k + k^2) = \frac{n(n^2 + 2)}{3}$$

för alla $n \in \mathbb{Z}^+$.

7. a) Bestäm definitions- och värdemängd samt eventuell invers till funktionen

$$f(x) = \cos(\arcsin(3x - 1)).$$

b) Bestäm alla reella tal x som uppfyller villkoret

$$\arcsin(3x - 1) = \arccos 2x.$$