Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = (x + y)(x^2 + y^2 - 12)$. (6p)

2. Avgör med hjälp av definitionen om funktionen $f(x, y) = 1+xy+x^2y$ är differentierbar i punkten $(1, -1)$. (6p)

3. Beräkna integralen (6p)
$$\iint_D \frac{y^3}{x^3} dxdy$$
där D är området som begränsas av linjerna $xy = 1$, $xy = 2$, $y = 2x^2$ och $y = 4x^2$

4. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen $f(x, y) = (xy - x)e^{-x+2y}$ antar i den slutna triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 0)$ och $(2, 1)$. (6p)

5. Betrakta ekvationerna
$$\begin{cases} x^2 + y^3 + z^4 & = & 1 \\ x + y + z & = & 1 \end{cases}$$
Visa att ekvationen i någon omgivning av $(1, -1, 1)$ definierar x och y som funktioner av z. Bestäm $x(1)$, $x'(1)$, $y(1)$ och $y'(1)$.

6. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)
$$xz''_{xx} - z'_x - 4x^3 z''_{yy} = 4x^5.$$
genom att utnyttja variabelbytet $u = x^2 - y$, $v = x^2 + y$.

7. Bestäm (6p)
$$\iiint_D \frac{1}{4 - x^2 - y^2} dxdydz$$
då D är det området som begränsas av cylindern $x^2 + y^2 = 1$, konen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ och xy-planet.