TSKS21 Signaler, information & bilder

Föreläsning 4

Introduktion till signaler och system

Mikael Olofsson
Institutionen för Systemteknik (ISY)
Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Vad är signaler & system?

- Signaler: Mätbara fysikaliska storheter.
  Spänningar, strömmar, tryck, flöden, temperaturer, bilder, …
- System: Något som påverkas av signaler och som genererar signaler som svar.
  Elektriska nät, mekaniska system, hydrauliska system, ekonomiska system, bildbehandling, …

- Signaler & System: En teori för att analysera signaler och system.
  Differential- och differensekvationer, faltning, transformer

Var har man nytta av signaler & system?

- Telekommunikation
  Filtrering, modulation, estimering, equalizing, …
- Reglerteknik
  Modellering, styrning, återkoppling,…
- Signalbehandling
  Spektralanalys, detektion, …
- Bildbehandling
  Flerdimensionell filtrering, detektion av objekt, …
- Elektronik
  Filter, implementering av allt ovan, …
- …

Klassificering av signaler – grunder

Deterministisk – Stokastisk

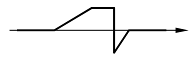
$x(t) = e^{-t^2}$ Okända signaler brus

Endimensionell – Flerdimensionell

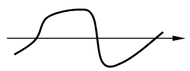
$x(t)$ $x(a,b,c)$

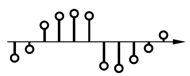
Periodisk – Ickeperiodisk

$x(t+T) = x(t)$

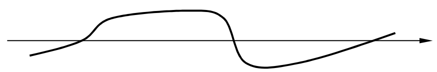


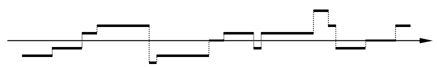
Tidskontinuerlig – Tidsdiskret



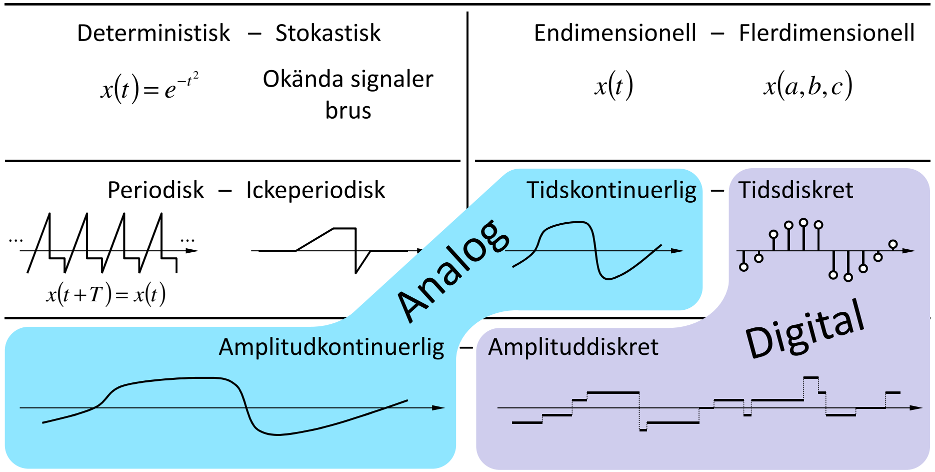


Amplitudkontinuerlig – Amplituddiskret

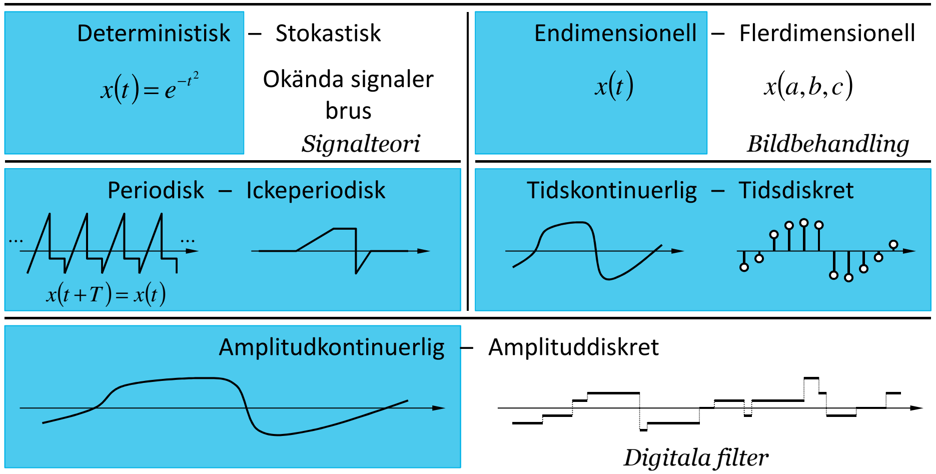




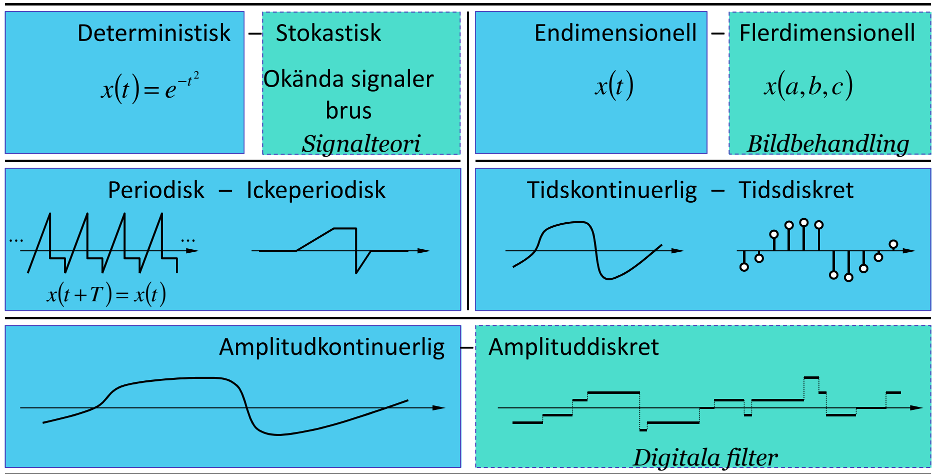
Klassificering av signaler – analog/digital



Klassificering av signaler – signaler & system



Klassificering av signaler – denna kurs



Fundamentala signaler i kontinuerlig tid

Komplex exponential: $e^{j2\pi f_0 t} = \cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t)$

Enhetssteg: $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$

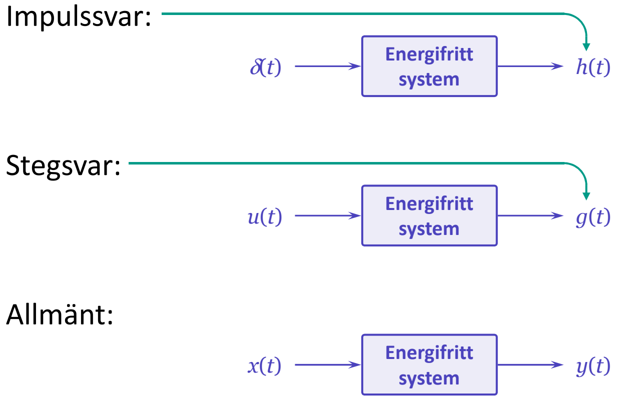
Enhetsimpuls: $\delta(t)$: $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)\,dt = x(0)$

Egenskaper: $\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$ $\quad$ $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau$

$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\,d\tau$ $\quad$ $\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t)$

$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$

Speciella utsignaler



Klassificering av system
– hjälp att beskriva utsignal givet insignal

För att kunna säga något om utsignalen från ett system, så behöver vi en beskrivning av systemet. Utifrån sådana beskrivningar kan vi klassificera system.

- Linjäritet: Bevarar linjärkombinationer.
- Tidsinvarians: Uppför sig likadant hela tiden.
- LTI: Linjär och tidsinvariant.
- Kausala system: Känner inte till framtiden.
- Antikausala: Känner inte till historien.
- Ickekausala: Behöver känna till både historien och framtiden.
- Stabila system: Uppför sig kontrollerat.
- Marginellt stabila system: Uppför sig nästan kontrollerat.
- Instabila system: Uppför sig okontrollerat.

Linjära system
– bevarar linjärkombinationer

Ett system är linjärt om en linjärkombination av insignaler resulterar i motsvarande linjärkombination av utsignaler. Detta måste gälla för alla insignaler och alla linjärkombinationer.

$$\left.\begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad ax_1(t)+bx_2(t) \rightarrow ay_1(t)+by_2(t)$$

Exempel linjärt:

$$y(t)=x(t-3) \qquad y(t)=\frac{d}{dt}x(t)$$
$$y(t)=x(t^2) \qquad y(t)=x(t)\cos(\omega t)$$
$$y(t)=x(-t) \qquad y(t)=t\,x(t)$$

Exempel ickelinjärt:

$$y(t)=x^2(t)$$
$$y(t)=1/x(t)$$

Tidsinvarianta system
– uppför sig alltid likadant

Ett system är tidsinvariant om en fördröjning av dess insignal resultarar i motsvarande fördröjning av dess utsignal. Detta måste gälla för alla insignaler och alla fördröjningar. (Motsatsen kallas tidsvariabel.)

$$x(t) \rightarrow y(t) \qquad \Rightarrow \qquad x(t-\tau) \rightarrow y(t-\tau)$$

Exempel tidsinvariant:

$$y(t)=x(t-3) \qquad y(t)=\frac{d}{dt}x(t)$$
$$y(t)=x^2(t) \qquad y(t)=1/x(t)$$

Exempel tidsvariabelt:

$$y(t)=x(t)\cos(\omega t) \qquad y(t)=x(-t)$$
$$y(t)=t\,x(t) \qquad y(t)=x(t^2)$$

LTI
– Linjär och tidsinvariant

Ett system kallas LTI om det är både linjärt (L) och tidsinvariant (TI).

$$\left.\begin{array}{lcl} x_1(t) & \to & y_1(t) \\ x_2(t) & \to & y_2(t) \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} a_1x_1(t-\tau_1)+a_2x_2(t-\tau_2) \\ \searrow \\ \qquad a_1y_1(t-\tau_1)+a_2y_2(t-\tau_2) \end{array}$$

Exempel LTI:

$$y(t)=x(t-3)$$

$$y(t)=\frac{d}{dt}x(t)$$

Exempel icke-LTI:

$$y(t)=x^2(t) \qquad y(t)=1/x(t)$$

$$y(t)=x(t^2) \qquad y(t)=x(-t)$$

$$y(t)=t\,x(t) \qquad y(t)=x(t)\cos(\omega t)$$

Faltning

Faltningen av signalerna $a(t)$ och $b(t)$: $\quad (a*b)(t)=\int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)b(t-\tau)\,d\tau$

Egenskaper:

Bilinjär: Fixera en av dem, linjär m.a.p. den andra.

Kommutativ: $(a*b)(t)=(b*a)(t)$

Associativ: $((a*b)*c)(t)=(a*(b*c))(t)$

Konvergens: Om $\int_{-\infty}^{\infty}|a(t)|\,dt$ är konvergent och $b(t)$ ändlig.
...eller tvärt om.

Utsignal från ett LTI-system

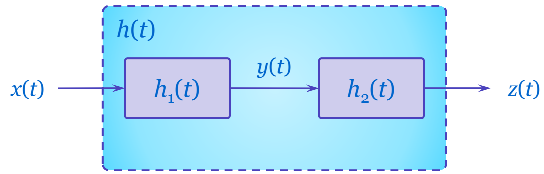
$$y(t)=H\{x(t)\}=H\left\{\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau\right\}$$

Linjäritet: $\quad =\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)H\{\delta(t-\tau)\}\,d\tau$

Tidsinvarians: $\quad =\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau=(x*h)(t)$

Stegsvar: $\quad g(t)=(u*h)(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)u(t-\tau)\,d\tau=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)\,d\tau$

Kaskadkopplade LTI-system



Ett system bestående av LTI-system är ett LTI-system.

associativitet

$$y(t)=(x*h_1)(t)$$

$$z(t)=(y*h_2)(t)=((x*h_1)*h_2)(t)=(x*(h_1*h_2))(t)$$

Identifiera i $\quad z(t)=(x*h)(t) \quad\Rightarrow\quad h(t)=(h_1*h_2)(t)$

Mikael Olofsson
ISY/KS