

Tentamen (TEN1) i **Statistik och sannolikhetslära** (TNIU66) 9 juni 2025, kl. 8.00 – 12.00.

Kursens förväntade läranderesultat enligt kursplanen

Efter genomförd kurs ska du kunna:

1. analysera och visualisera fördelningen hos en datamängd, såväl utan som med datorstöd.
2. beräkna sannolikheter för händelser med hjälp av begrepp, satser och definitioner som ingår i kursinnehållet.
3. genomföra statistisk analys med hjälp av begrepp, satser och definitioner som ingår i kursinnehållet, såväl utan som med datorstöd.

För betyg 3 på tentamen ska lärandemål 2 och 3 uppfyllas på grundläggande nivå och du ska använda begrepp, definitioner och satser som ingår enligt kursinnehållet. För betyg 5 ska lärandemål 2 och 3 uppfyllas på avancerad nivå och du ska med stor säkerhet använda begrepp, definitioner och satser som ingår enligt kursinnehållet. Avancerad nivå kan innebära att uppgiften innehåller flera delsteg som du själv behöver strukturera och begrepp från olika moment i kursen kan behöva kombineras. Stor säkerhet innebär att lösningar som presenteras ska vara välmotiverade och endast innehålla relevanta delar. Operativt översätts dessa kriterier till poänggränser.

Tentamen består av två delar, B Sannolikhetslära och C Statistik, med två respektive tre uppgifter per del. Varje uppgift ger 0 – 6 poäng. För betyget n krävs minst $5n$ poäng, varav minst 3 poäng från vardera delen B och C. Inget övrigt krav på fördelningen av poängen föreligger. Eventuell erhållen bonus från UPG1 påförs vid rättningen och ingår i den totala poängsumman.

Tillåtna hjälpmedel:

- Valfri bok inom statistik och sannolikhetslära¹
- Miniräknare av valfritt slag (utan wifi-uppkoppling)

Det får finnas anteckningar och markeringar i boken, inklusive "pagemarkers" (några centimeter stora), men inga lösblad eller inklistrade sidor.

Frågor besvaras av Michael Hörnquist som finns tillgänglig på telefon hela skrivtiden. Svar och kortfattade lösningsförslag finns på Studieinfo senast kl. 16 på tentamensdagen. Skrivningsresultat meddelas senast femton arbetsdagar efter tentamenstillfället.

Lycka till!

¹Kurslitteraturen "Tillämpad statistik – en grundkurs", Wahlin, Sanoma förlag, torde vara vanligast.

Del B: Sannolikhetslära

1. Ett spel går ut på att kasta två sexsidiga tärningar. Du vinner om summan i ett kast blir 7 eller 11.
 - (a) Vad är sannolikheten att du vinner på ett kast?
 - (b) Om du spelar tre gånger, vad är sannolikheten att du vinner exakt en gång?
 - (c) Vad är sannolikheten att du vinner minst en gång på tre kast?
2. En slumpvariabel X har en täthetsfunktion f som ges av $f(x) = x/2$ för $0 \leq x \leq 2$ och $f(x) = 0$ för alla andra x .
 - (a) Bestäm sannolikheten $\Pr(X \leq 1,3)$.
 - (b) Visa att väntevärdet är $4/3$ och att standardavvikelsen är $\sqrt{2}/3$.
 - (c) Låt $\bar{X}$ vara slumpvariabeln för medelvärdet av 50 försök som vart och ett beskrivs av slumpvariabeln X och att dessa är oberoende av varandra. Bestäm sannolikheten $\Pr(\bar{X} \leq 1,3)$.

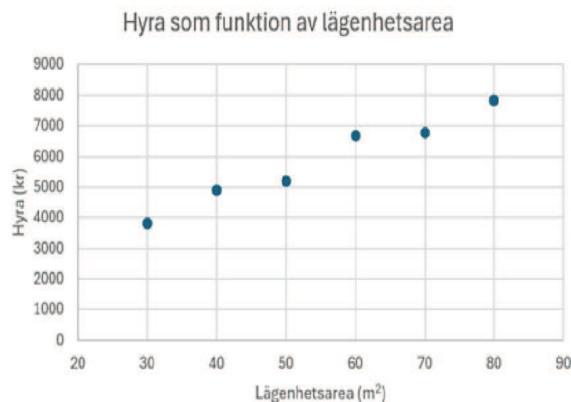
Del C: Statistik

3. I en undersökning tillfrågas 100 personer om de stödjer ett nytt miljöförslag. 38 svarar ja.
 - (a) Beräkna ett 95% dubbelsidigt konfidensintervall för andelen som stödjer förslaget.
 - (b) Förklara vad detta konfidensintervall innebär.
 - (c) Hur stort stickprov krävs för att ett 95% dubbelsidigt konfidensintervall ska ha en felmarginal om högst 3 procentenheter (samma värde på skattad andel p som i (a))?
4. I ett tidigare val fick ett parti 30% av rösterna. Partiledningen planerar nu för en opinionsundersökning för att se om stödet har *ändrats*. Av resursskäl tänker man begränsa sig till ett stickprov med 500 personer.
 - (a) Formulera noll- och alternativhypotes för att kunna testa om det är statistiskt bevisat att stödet har *ändrats*.
 - (b) Stickprovsundersökningen genomförs som planerat, och 132 personer visar sig stödja partiet. Välj 5% signifikansnivå och dra möjlig slutsats.
 - (c) Vad är risken för typ I-fel i detta sammanhang?

5. En mäklare undersöker sambandet mellan antal kvadratmeter (x) och månadshyra (y) för 6 lägenheter. Resultatet visas i tabellen.

Area (m ²)	30	40	50	60	70	80
Hyra (kr)	3800	4886	5204	6680	6767	7828

Hon matar in värdena i Excel och ritar spridningsdiagrammet.



Sedan gör hon med Excel en regressionsanalys, utdatasammanfattningen blir:

UTDATASAMMANFATTNING						
Regressionsstatistik						
Multipel-R	0,9828					
R-kvadrat	0,9658					
Justerad R-kvadrat	0,9573					
Standardfel	306,45					
Observationer	6					
	Koefficienter	Standardfel	t-kvot	p-värde	Nedre 95%	Övre 95%
Konstant	1577,28	421,88	3,74	0,02	405,96	2748,59
X-variabel 1	77,88	7,33	10,63	0,00	57,54	98,22

- Hur stor är korrelationen mellan lägenhetsarean och månadshyran?
- Vilken hyra kan man förvänta sig för en lägenhet på 65m²?
- Ange ett 90% dubbelsidigt konfidensintervall för hur mycket hyran ökar i medel för varje ytterligare kvadratmeter.