

Tentamen

TNA001 – Matematisk grundkurs

Datum: 2019-01-07
Tid: 08.00 – 13.00
Kurskod: TNA001
Provkod: TEN1
Institution: ITN
Examinator: Claes Algström
Hjälpmedel: Inga materiel

Bedömningsgrunder och beskrivning av vad som menas med en fullständig lösning

Uppgifterna på denna tentamen bedöms genom att varje uppgift poängsätts med 0 - 6 poäng. Om inte annat framgår av texten, skall **fullständig lösning** lämnas. Med detta menas att följande moment skall i *lämplig omfattning* ingå i lösningen:

1. Lösningen skall ha förklarande text med förklaringar på vad som görs och varför det får göras. En hänvisning till teorin kan här vara lämpligt. Även en figur kan vara ett bra stöd i detta arbete.
2. Lösningen skall ha en struktur som är lätt att följa.
3. Lösningen skall innehålla en kalkyldel där det går att följa hur resultaten har uppkommit.
4. Lösningen skall ha ett tydligt angivet svar/resultat som är kopplat till den fråga som är ställd.
5. Svaret/resultatet skall där så är lämpligt utvärderas, dvs. prövningar skall genomföras som säkrar resultatet

Poängsättningen vid rättningen tar hänsyn till hur väl samtliga delar ovan är genomförda.

Betyg

Betyg	Poäng på tentamen (inklusive bonuspoäng)
5	≥ 36 , varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
4	28 – 35, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
3	20 – 27, varav minst 2p på var och en av de fem första uppgifterna
U	0 – 19

Lösningsskisser kommer att finnas på kurshemsidan på Lisam i samband med tentamenstidens slut.

1. a) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$.
 b) Lös olikheten $\frac{5x+6}{x} \geq x^2 + 2x$.

2. a) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.
 b) Bestäm $\tan 2v$ om $\tan v = \frac{1}{2}$ och $\pi < v < \frac{3\pi}{2}$.
 c) Visa att $\cos^3 x = \frac{3 \cos x + \cos 3x}{4}$.

3. a) Bestäm $|z|$ om $z = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-2i}$.
 b) Skriv talet $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{20}$ och ange svaret på $x + iy$ -form där x och y är reella tal.
 Svaret får innehålla potenser.
 c) Visa att $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{a+bi} - \frac{1}{a-bi}\right) = 0$.

4. a) Bestäm det kortaste avståndet mellan punkten $(2, -1, 2)$ och linjen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

 b) Bestäm speglingen av punkten $(1, -1, 2)$ i planet $x - y + 2z = 4$.
 (ON-bas)

5. a) Bestäm om möjligt den inversa funktionen till $f(x) = 3 + \ln(x - 2)$. Bestäm, om invers finns, även definitions- och värdemängd för inversen.
 b) Bestäm alla reella lösningar till olikheten $|x + 2| \geq x|x - 1|$.

6. a) I en geometrisk talföljd $a_1, a_2, a_3, \dots$ gäller det att $a_4 = 8$ och $a_7 = 1$. Bestäm en formel för talföljden samt bestäm med denna formel det 10:e elementet i talföljden.
 b) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $\arctan 2x = \arccos 3x$.

7. Visa att

$$\sum_{k=1}^n \frac{k+2}{3^k} = \frac{7}{4} - \frac{7+2n}{4 \cdot 3^n}$$

för alla $n \in \mathbb{Z}^+$.