TSKS21 Signaler, information & bilder

Föreläsning 5

Signaler och system – tidsdomänen

Mikael Olofsson
Institutionen för Systemteknik (ISY)
Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Kausala system
– Känner inte till framtiden

Ett system är kausalt om dess utsignal inte beror på framtida värden hos insignalen. Detta ska gälla för alla insignaler och alla tidpunkter.

Exempel på kausala system:

$$\left.\begin{aligned} y(t) &= x(t)\cos(\omega t) \\ y(t) &= x^2(t)\cos(\omega t) \end{aligned}\right\} \text{– även momentana}$$

$$\left.\begin{aligned} y(t) &= x(t-3) \\ y(t) &= x^2(t-3) \\ y(t) &= \int_{t-1}^{t} x(\tau)\,d\tau \end{aligned}\right\} \text{– även dynamiska}$$

Antikausala system
– Känner inte till historien

Ett system är antikausalt om dess utsignal inte beror på historiska värden hos insignalen. Detta ska gälla för alla insignaler och alla tidpunkter.

Exempel på antikausala system:

$$\left.\begin{aligned} y(t) &= x(t)\cos(\omega t) \\ y(t) &= x^2(t)\cos(\omega t) \end{aligned}\right\} \text{– även momentana}$$

$$\left.\begin{aligned} y(t) &= x(t+3) \\ y(t) &= x^2(t+3) \\ y(t) &= \int_{t}^{t+1} x(\tau)\,d\tau \end{aligned}\right\} \text{– även dynamiska}$$

Allmänt ickekausala system
– Känner både till historien och framtiden

Ett system som varken är kausalt eller antikausalt kallas allmänt ickekausalt.

Allmänt ickekausala system är dynamiska.

Exempel på allmänt ickekausala system :

$$y(t) = x(t+3) + x(t-3)$$

$$y(t) = x^2(t+3) - x(t-3)$$

$$y(t) = \frac{1}{2}\int_{t-1}^{t+1} x(\tau)\,d\tau$$

Stabila system
– uppför sig på ett kontrollerat sätt

Ett system kallas stabilt (BIBO-stabilt) om en ändlig insignal resulterar i en ändlig utsignal. Detta ska gälla för alla ändliga insignaler och alla tidpunkter.

$$|x(t)| < M \quad \forall t \qquad \Rightarrow \qquad |y(t)| < N \quad \forall t$$

Exempel stabilt:

$$y(t) = x(t-3) \qquad y(t) = x(-t)$$
$$y(t) = x^2(t) \qquad y(t) = x(t^2)$$
$$y(t) = x(t)\cos(\omega t)$$

Exempel ickestabilt:

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t) \qquad y(t) = 1/x(t)$$
$$y(t) = t\,x(t)$$

Marginellt stabilt
– ett specialfall av ickestabilt

Ickestabila system kan delas in i två typer – strikt ickestabila och marginellt stabila. Ett marginellt stabilt system uppför sig som om det vore stabilt för vissa begränsade insignaler, men inte för andra.

Exempel marginellt stabila system:

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau \qquad y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

Kausalitet och stabilitet för LTI-system

Ett LTI-system är fullständigt beskrivet av sitt impulssvar.

Kausalitet $\Leftrightarrow$ $h(t) = 0, \quad t < 0 \quad \Leftrightarrow \quad g(t) = 0, \quad t < 0$

Antikausalitet $\Leftrightarrow$ $h(t) = 0, \quad t > 0$

Stabilitet $\Leftrightarrow$ $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt$ konvergent (absolutintegrerbart)

Marginell stabilitet $\Leftrightarrow$ $|h(t)| < M$ (ändlig)

och $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt$ ickekonvergent

Sinus in – sinus ut - principen

För LTI-system har vi:

Sinus in – Sinus ut (samma frekvens)

Jämför med partikulärlösningen av en differentialekvation.

Också: $j\omega$-metoden.

Linjäritet implicerar:

Σ Sinus in – Σ Sinus ut

Önskvärt:

Beskriv signaler i termer av sinussignaler.

Beskriv system i termer av vad de gör med sinussignaler.

Detta tar oss till: Fourierserier och Fouriertransformer

Mikael Olofsson
ISY/KS

www.liu.se

LINKÖPINGS UNIVERSITET