

## Flervariabelanalys

Calculus in Several Variables

8 hp

Programkurs

TATA43

Gäller från: 2025 VT

<b>Fastställd av</b>	<b>Huvudområde</b>	
Programnämnden för elektroteknik, fysik och matematik, EF	Matematik, Tillämpad matematik	
<b>Fastställandedatum</b>	<b>Utbildningsnivå</b>	<b>Fördjupningsnivå</b>
2024-08-28	Grundnivå	G1F
<b>Reviderad av</b>	<b>Utbildningsområde</b>	
	Naturvetenskapliga området	
<b>Revideringsdatum</b>	<b>Ämnesgrupp</b>	
	Matematik	
<b>Gavs första gången</b>	<b>Gavs sista gången</b>	
VT 2007		
<b>Institution</b>	<b>Ersätts av</b>	
Matematiska institutionen		

## Särskild information

Kursen har utgått för I/Ii och ersätts av TATA69

## Kursen ges för

- Kandidatprogram i matematik
- Civilingenjörsprogram i teknisk fysik och elektroteknik
- Civilingenjörsprogram i medicinsk teknik
- Civilingenjörsprogram i teknisk matematik

## Rekommenderade förkunskaper

Linjär algebra, Envariabelanalys

## Lärandemål

Att du som student skall tillägna dig den förtrogenhet med matematiska begrepp, resonemang och samband som ryms inom flervariabelanalys samt den färdighet i kalkyl och problemlösning som behövs för de fortsatta studierna. Efter fullgjord kurs skall du kunna

- citera och förklara definitioner av begrepp såsom topologiska grundbegrepp, funktion, gränsvärde, kontinuitet, partiell derivata, (lokal) extrempunkt och multipelintegral.
- citera, förklara och använda centrala satser såsom satsen om största och minsta värde, differentierbarhet medför deriverbarhet, kedjeregeln, Taylors formel, satsen om karakterisering av stationära punkter, satsen om lokala maxima och minima under bivillkor, implicita funktionssatsen och variabelbytessatsen i multipelintegraler
- undersöka gränsvärden, kontinuitet, deriverbarhet och differentierbarhet samt använda kedjeregeln för att transformera och lösa partiella differentialekvationer
- förklara den geometriska betydelsen av riktningsderivata och gradient samt bestämma ekvationer för tangenter och tangentplan
- genomföra undersökningar av lokala och globala maxima och minima med eller utan bivillkor
- förklara en implicit given funktions uppförande exempelvis genom att taylorutveckla med hjälp av implicit derivering
- beräkna multipelintegraler med hjälp av upprepad integration och med hjälp av olika variabelbyten såsom linjära, polära och rymdpolära
- genomföra konvergensundersökningar av och beräkna generaliserade multipelintegraler
- utföra kontroller av resultat och delresultat för att verifiera att dessa är korrekta eller rimliga.

## Kursinnehåll

Rummet  $\mathbb{R}^n$ . Topologiska grundbegrepp. Funktioner från  $\mathbb{R}^n$  till  $\mathbb{R}^p$ . Funktionsytor, nivåkurvor och nivååtor. Gränsvärde och kontinuitet. Partiella derivator. Differentierbarhet och differential. Kedjeregeln. Gradient, normal, tangent och tangentplan. Riktningderivata. Taylors formel. Lokala och globala maxima och minima. Maximi- och minimiproblem med bivillkor med hjälp av linjärt beroende gradienter. Implicit givna funktioner och implicit derivering. Multipelintegraler. Upprepad integration. Variabelbyte. Area, volym, massa och masscentrum. Generaliserade multipelintegraler.

## Undervisnings- och arbetsformer

Undervisningen ges i form av föreläsningar och lektioner.

## Examination

TEN1      Skriftlig tentamen      8 hp      U, 3, 4, 5

Betyg på delmoment/modul beslutas i enlighet med de bedömningskriterier som presenteras vid kursstart.

## Betygsskala

Fyrgradig skala, LiU, U, 3, 4, 5

## Övrig information

Påbyggnadskurser: Vektoranalys, Komplex analys, Fourieranalys.

### Om undervisnings- och examinationsspråk

Undervisningsspråk visas på respektive kurstillfälle på fliken "Översikt".  
Examinationsspråk relaterar till undervisningsspråk enligt nedan:

- Om undervisningsspråk är "Svenska" kan kursen ges i sin helhet på svenska eller delvis på engelska. Examinationsspråk är svenska, men delar av examinationen kan ske på engelska.
- Om undervisningsspråk är Engelska ges kursen i sin helhet på engelska. Examinationsspråk är engelska.
- Om undervisningsspråk är "Svenska/Engelska" ges kursen i sin helhet på engelska om studenter utan tidigare kunskap i svenska språket deltar. Examinationsspråk följer undervisningsspråk.

### Övrigt

Kursen bedrivs på ett sådant sätt att likvärdiga villkor råder med avseende på kön, könsöverskridande identitet eller uttryck, etnisk tillhörighet, religion eller annan trosuppfattning, funktionsnedsättning, sexuell läggning och ålder.

Planering och genomförande av kurs skall utgå från kursplanens formuleringar. Den kursvärdering som ingår i kursen skall därför genomföras med kursplanen som utgångspunkt.

Kursen är campusförlagd på den ort som anges för kurstillfället om inget annat anges under "Undervisnings – och arbetsformer". I en campusförlagd kurs kan dock enstaka moment på distans ingå.

## Generella bestämmelser

### Kursplan

För varje kurs ska en kursplan finnas. I kursplanen anges kursens mål och innehåll samt de särskilda förkunskaper som erfordras för att den studerande skall kunna tillgodogöra sig undervisningen.

### Schemaläggning

Schemaläggning av programkurser görs enligt, för kursen, beslutad blockindelning. Fristående kurser kan schemaläggas på andra tider.

### Avbrott och avanmälan på kurs

Enligt beslut vid Linköpings universitet om Riktlinjer och rutiner för bekräftelse av deltagande i utbildning med mera på grund- och avancerad nivå, Dnr LiU-2020-02256 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/764582>) skall avbrott i studier registreras i Ladok. Alla studenter som inte deltar i kurs man registrerat sig på är alltså skyldiga att anmäla avbrottet så att detta kan noteras i Ladok. Avanmälan eller avbrott från kurs görs via webbformulär [Blanketter och formulär](#)

### Inställd kurs eller avvikelse från kursplanen

Kurser med få deltagare (< 10) kan ställas in eller organiseras på annat sätt än vad som är angivet i kursplanen. Om kurs skall ställas in eller avvikelse från kursplanen skall ske prövas och beslutas detta av dekanus. För fristående kurser måste inställande av kurs ske innan studenter har antagits på kursen (i enlighet med LiUs antagningsordning Dnr LiU-2022-01200, <https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622645>).

### Riktlinjer rörande examination och examinator

Se Beslut om Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet Dnr LiU-2023-00379, (<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

Examinator för en kurs ska inneha en läraranställning vid LiU i enlighet med LiUs anställningsordning, Dnr LiU-2022-04445 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622784>). För kurser på avancerad nivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor eller postdoktor. För kurser på grundnivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor, universitetsadjunkt (även adjungerad och gästadjunkt) eller

postdoktor. I undantagsfall kan även en Timlärare utses som examinator på både grund- och avancerad nivå, se Tekniska fakultetsstyrelsen vidaredelegationer.

## Examination

### Principer för tentamina

Skriftlig och muntlig tentamen samt digital salstentamen och datortentamen ges minst tre gånger årligen; en gång omedelbart efter kursens slut, en gång i augustiperioden samt vanligtvis i en av omtentamensperioderna. Annan placering beslutas av programnämnden.

Principer för tentamensschemat för kurser som följer läsperioderna:

- kurser som ges Vt1 förstagångstenteras i mars och omtenteras i juni och i augusti
- kurser som ges Vt2 förstagångstenteras i maj och omtenteras i augusti och i januari
- kurser som ges Ht1 förstagångstenteras i oktober och omtenteras i januari och augusti
- kurser som ges Ht2 förstagångstenteras i januari och omtenteras i mars och i augusti

Tentamensschemat utgår från blockindelningen men avvikelser kan förekomma främst för kurser som samläses/samtenteras av flera program samt i lägre årskurs.

För kurser som av programnämnden beslutats vara vartannatårskurser ges tentamina 3 gånger endast under det år kursen ges.

För kurser som flyttas eller ställs in så att de ej ges under något eller några år ges tentamina 3 gånger under det närmast följande året med tentamenstillfällen motsvarande dem som gällde före flyttningen och/eller inställandet av kursen.

När en kurs, eller ett tentamensmoment (TEN, DIT, DAT, MUN), ges för sista gången ska ordinarie tentamen och två omtentamina erbjudas. Därefter fasas examinationen ut under en avvecklingsperiod med tre tentamina samtidigt som tentamen ges i eventuell ersättningskurs under det följande läsåret. Undantaget är kurser som gavs i perioden HT1, där de tre examinationstillfällena blir januari, mars och augusti. Om ingen ersättningskurs finns ges tre tentamina i omtentamensperioder under det följande läsåret. Annan placering beslutas av programnämnden. I samtliga fall ges dessutom tentamen ytterligare en gång under det därpå följande året om inte programnämnden föreskriver annat. Totalt erbjuds alltså 6 omtentamenstillfällen, varav 2 ordinarie omtentamenstillfällen. I tentaansmälningssystemet markeras tentamina som ges för näst sista respektive sista gången.

Om en kurs ges i flera perioder under året (för program eller vid skilda tillfällen för olika program) beslutar programnämnden/programnämnderna gemensamt om placeringen av och antalet omtentamina.

För fristående kurser med tentamensmoment som inte följer blockplacering kan

andra tider förekomma.

### Omprov övriga examinerande moment

För riktlinjer för omprov vid andra examinerande moment än skriftliga tentamina, digital salstentamina och datortentamina hänvisas till de generella LiU-riktlinjerna för examination och examinator, Dnr LiU-2023-00379 (<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

### Nedlagd kurs

För Beslut om Rutiner för administration vid avveckling av utbildningsprogram, fristående kurser och kurser inom program, se Dnr LiU-2021-04782 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/1156410>). Efter beslut om nedläggning och efter avvecklingsperiodens slut hänvisas studenterna till ersättande kurs (eller motsvarande) enligt information i kursplan eller utbildningsplan. Om en student har godkänt i något/några moment i en avvecklad programkurs men inte alla och det finns en åtminstone delvis ersättande kurs så kan en bedömning om eventuellt tillgodoräknande ske. Vid eventuella frågor om tillgodoräkning av del av kurs kontakta studievägledare.

### Anmälan till tentamen

För deltagande i skriftlig tentamen, digital salstentamen och datortentamen är anmälan obligatorisk, se beslut i regelsamlingen Dnr LiU-2020-04559 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>). En oanmäld student kan således *inte* erbjudas plats. Anmälan till tentamen är öppen 30 kalenderdagar före provdatum och stänger 10 kalenderdagar innan provdatum om inget annat anges. Anmälan görs i Studentportalen eller via LiU-appen. Anvisad sal meddelas fyra dagar före tentamensdagen via e-post.

### Ordningsföreskrifter för studerande vid tentamensskrivningar

Se särskilt beslut i regelsamlingen, Dnr LiU-2020-04559 (<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>).

### Plussning

Vid Tekniska högskolan vid LiU har studerande rätt att genomgå förnyad examination (s.k. plussning) för högre betyg på skriftliga tentamina, digital salstentamina och datortentamina, dvs samtliga provmoment med modulkod TEN, DIT och DAT. På övriga examinationsmoment ges inte möjlighet till plussning, om inget annat anges i kursplan.

Plussning är ej möjlig på kurser som ingår i utfärdad examen.

### Betyg och examinationsformer

Företrädesvis skall betygen underkänd (U), godkänd (3), icke utan beröm godkänd (4) och med beröm godkänd (5) användas.

- Kurser med skriftlig tentamen och digital salstentamen skall ge betygen (U, 3, 4, 5).

- Kurser med stor del tillämpningsinriktade moment såsom laborationer, projekt eller grupparbeten får ges betygen underkänd (U) eller godkänd (G).
- Examensarbete samt självständigt arbete ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

### Examinationsmoment och modulkoder

Nedan anges vad som gäller för de examinationsmoment med tillhörande modulkod som tillämpas vid Tekniska fakulteten vid Linköpings universitet.

- Skriftlig tentamen (TEN) och digital salstentamen (DIT) skall ge betyg (U, 3, 4, 5).
- Examinationsmoment som kan ge betygen underkänd (U) eller godkänd (G) är laboration (LAB), projekt (PRA), kontrollskrivning (KTR), digital kontrollskrivning (DIK), muntlig tentamen (MUN), datortentamen i datorsal (DAT), uppgift (UPG), hemtentamen (HEM), digital kontrollskrivning i datorsal (DAK).
- Övriga examinationsmoment där examinationen uppfylls framför allt genom aktivt deltagande som basgrupp (BAS) eller moment (MOM) ger betygen underkänd (U) eller godkänd (G).
- Examinationsmomenten Opposition (OPPO) och Auskultation (AUSK) inom examensarbetet ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

Allmänt gäller att:

- Obligatoriska kursmoment skall vara poängsatta och ges en modulkod.
- Examinationsmoment som ej är poängsatt får ej vara obligatoriskt. Det är frivilligt att delta på dessa moment och information om det samt tillhörande villkor skall tydligt framgå i den beskrivande texten.
- För kurser med flera examinationsmoment med graderad betygsskala skall det anges hur slutbetyg på kursen vägs samman.

För obligatoriska moment gäller att (i enlighet med Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet, Dnr LiU-2023-00379 <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>):

- Om det finns särskilda skäl, och om det med hänsyn till det obligatoriska momentets karaktär är möjligt, får examinator besluta att ersätta det obligatoriska momentet med en annan likvärdig uppgift.

För möjlighet till anpassade examinationsmoment gäller att (i enlighet med Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet, Dnr LiU-2023-00379 <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>):

- Om LiU:s koordinator för studenter med funktionsnedsättning har beviljat en student rätt till anpassad examination vid salstentamen har studenten rätt till det.
- Om koordinatören har gett studenten en rekommendation om anpassad examination eller alternativ examinationsform, får examinator besluta om



detta om examinator bedömer det möjligt utifrån kursens mål.

- Examinator får också besluta om anpassad examination eller alternativ examinationsform om examinator bedömer att det finns synnerliga skäl och examinator bedömer det möjligt utifrån kursens mål.

### Rapportering av examinationsresultat

Rapportering av den studerandes examinationsresultat sker på respektive institution.

### Plagiering

Vid examination som innebär rapportskrivande och där studenten kan antas ha tillgång till andras källor (exempelvis vid självständiga arbeten, uppsatser etc) måste inlämnat material utformas i enlighet med god sed för källhänvisning (referenser eller citat med angivande av källa) vad gäller användning av andras text, bilder, idéer, data etc. Det ska även framgå ifall författaren återbrukat egen text, bilder, idéer, data etc från tidigare genomförd examination, exempelvis från kandidatarbete, projektrapporter etc. (ibland kallat självplagiering).

Underlåtelse att ange sådana källor kan betraktas som försök till vilseledande vid examination.

### Försök till vilseledande

Vid grundad misstanke om att en student försökt vilseleda vid examination eller när en studieprestation ska bedömas ska enligt Högskoleförordningens 10 kapitel examinator anmäla det vidare till universitetets disciplinnämnd. Möjliga konsekvenser för den studerande är en avstängning från studierna eller en varning. För mer information se [Fusk och plagiat](#).

Linköpings universitet har även tagit fram en vägledning för lärares och studenters användning av generativ AI i utbildningen (Dnr LiU-2023-02660). Som student förväntas du alltid ta reda på vad som gäller för respektive kurs (inklusive examensarbetet). Generellt gäller tydlighet för var och hur generativ AI har använts.

### Regler

Universitetet är en statlig myndighet vars verksamhet regleras av lagar och förordningar, exempelvis Högskolelagen och Högskoleförordningen. Förutom lagar och förordningar styrs verksamheten av ett antal styrdokument. I Linköpings universitets egna regelverk samlas gällande beslut av regelkaraktär som fattats av universitetsstyrelse, rektor samt fakultets- och områdesstyrelser.

LiU:s regelsamling angående utbildning på grund- och avancerad nivå nås på <https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/Innehall>.