

# Flervariabelanalys

Programkurs

6 hp

Calculus in Several Variables

TATA69

Gäller från: 2021 VT

**Fastställd av**

Programnämnden för maskinteknik och  
design, MD

**Fastställandedatum**

2020-09-29

## Huvudområde

Matematik, Tillämpad matematik

## Utbildningsnivå

Grundnivå

## Fördjupningsnivå

G1X

## Kursen ges för

- Civilingenjörsprogram i design och produktutveckling
- Civilingenjörsprogram i energi - miljö - management
- Civilingenjörsprogram i industriell ekonomi - internationell
- Civilingenjörsprogram i industriell ekonomi
- Civilingenjörsprogram i maskinteknik

## Rekommenderade förkunskaper

Linjär algebra, Envariabelanalys

## Lärandemål

Att du som student skall tillägna dig den förtrogenhet med matematiska begrepp, resonemang och samband som ryms inom flervariabelanalys samt den färdighet i kalkyl och problemlösning som behövs för de fortsatta studierna. Efter fullgjord kurs skall du kunna

- citera och förklara definitioner av begrepp såsom topologiska grundbegrepp, funktion, gränsvärde, kontinuitet, partiell derivata, lokal extrempunkt och multipelintegral.
- citera, förklara och använda centrala satser såsom differentierbarhet medför partiell deriverbarhet, kedjeregeln, Taylors formel, satsen om karakterisering av stationära punkter, satsen om lokala maxima och minima, implicita funktionssatsen och variabelbytessatsen i multipelintegraler
- undersöka gränsvärden, kontinuitet, deriverbarhet och differentierbarhet samt använda kedjeregeln för att transformera och lösa partiella differentialekvationer
- förklara den geometriska betydelsen av riktningsderivata och gradient samt bestämma ekvationer för tangenter och tangentplan
- genomföra undersökningar av lokala maxima och minima
- förklara en implicit given funktions uppförande exempelvis genom att taylorutveckla med hjälp av implicit derivering
- beräkna multipelintegraler med hjälp av upprepad integration och med hjälp av olika variabelbyten såsom linjära, polära och rymdpolära
- genomföra konvergensundersökningar av och beräkna generaliserade multipelintegraler
- utföra kontroller av resultat och delresultat för att verifiera att dessa är korrekta eller rimliga.

## Kursinnehåll

Rummet  $\mathbb{R}^n$ . Topologiska grundbegrepp. Funktioner från  $\mathbb{R}^n$  till  $\mathbb{R}^p$ . Funktionsytor, nivåkurvor och nivåytor. Gränsvärde och kontinuitet. Partiella derivator. Differentierbarhet och differential. Kedjeregeln. Gradient, normal, tangent och tangentplan. Riktningsderivata. Taylors formel. Lokala maxima och minima. Implicit givna funktioner och implicit derivering. Multipelintegraler. Upprepad integration. Variabelbyte. Area, volym, massa och masscentrum. Generaliserade multipelintegraler.

## Undervisnings- och arbetsformer

Undervisningen ges i form av föreläsningar och lektioner.  
Kursen ges under vt2 (I, II) och ht1 (M, DPU, EMM).

## Examination

TEN1      En skriftlig tentamen      6 hp      U, 3, 4, 5

## Betygsskala

Fyrgradig skala, LiU, U, 3, 4, 5

## Övrig information

### Om undervisnings- och examinationsspråk

Undervisningsspråk visas på respektive kurstillfälle på fliken "Översikt".  
Examinationsspråk relaterar till undervisningsspråk enligt nedan:

- Om undervisningsspråk är Svenska ges kursen i sin helhet eller till stora delar på svenska. Observera att även om undervisningsspråk är svenska kan delar av kursen ges på engelska. Examinationsspråk är svenska.
- Om undervisningsspråk är Svenska/Engelska kan kursen i sin helhet ges på engelska vid behov. Examinationsspråk är svenska eller engelska.
- Om undervisningsspråk är Engelska ges kursen i sin helhet på engelska. Examinationsspråk är engelska.

### Övrigt

Kursen bedrivs på ett sådant sätt att både mäns och kvinnors erfarenhet och kunskaper synliggörs och utvecklas.

Planering och genomförande av kurs skall utgå från kursplanens formuleringar. Den kursvärdering som ingår i kursen skall därför genomföras med kursplanen som utgångspunkt.

## Institution

Matematiska institutionen

## Studierektor eller motsvarande

Jesper Thorén

## Examinator

Hans Lundmark, Tomas Sjödin

## Kurshemsida och andra länkar

<http://courses.mai.liu.se/Lists/html/index-amne-tm.html>

## Undervisningstid

Preliminär schemalagd tid: 64 h

Rekommenderad självstudietid: 96 h

## Kurslitteratur

### Kompendier

Kurskompendier tillgängliga från kursens hemsida.

### Övrigt

*Problemsamling utgiven av matematiska institutionen.*

## Generella bestämmelser

### Kursplan

För varje kurs ska en kursplan finnas. I kursplanen anges kursens mål och innehåll samt de särskilda förkunskaper som erfordras för att den studerande skall kunna tillgodogöra sig undervisningen.

### Schemaläggning

Schemaläggning av kurser görs enligt, för kursen, beslutad blockindelning.

### Avbrott på kurs

Enligt rektors beslut om regler för registrering, avregistrering samt resultatrapportering (Dnr LiU-2015-01241) skall avbrott i studier registreras i Ladok. Alla studenter som inte deltar i kurs man registrerat sig på är alltså skyldiga att anmäla avbrottet så att kursregistreringen kan tas bort. Avanmälan från kurs görs via webbformulär, [www.lith.liu.se/for-studenter/kurskomplettering?l=sv](http://www.lith.liu.se/for-studenter/kurskomplettering?l=sv).

### Inställd kurs

Kurser med få deltagare (< 10) kan ställas in eller organiseras på annat sätt än vad som är angivet i kursplanen. Om kurs skall ställas in eller avvikelser från kursplanen skall ske prövas och beslutas detta av dekanus.

### Riktlinjer rörande examination och examinator

Se Beslut om Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet Dnr LiU-2019-00920, (<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

Examinator för en kurs ska inneha en läraranställning vid LiU i enlighet med LiUs anställningsordning, Dnr LiU-2017-03931 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622784>). För kurser på avancerad nivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor eller postdoktor. För kurser på grundnivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor, universitetsadjunkt (även adjungerad och gästadjunkt) eller postdoktor. I undantagsfall kan även en Timlärare utses som examinator på både grund- och avancerad nivå, se Tekniska fakultetsstyrelsen vidaredelegationer.

### Examination

## Principer för tentamina

Skriftlig och muntlig tentamen samt digital salstentamen och datortentamen ges minst tre gånger årligen; en gång omedelbart efter kursens slut, en gång i augustiperioden samt vanligtvis i en av omtentamensperioderna. Annan placering beslutas av programnämnden.

Principer för tentamensschemat för kurser som följer läsperioderna:

- kurser som ges Vt1 förstagångstenteras i mars och omtenteras i juni och i augusti
- kurser som ges Vt2 förstagångstenteras i maj och omtenteras i augusti och i oktober
- kurser som ges Ht1 förstagångstenteras i oktober och omtenteras i januari och augusti
- kurser som ges Ht2 förstagångstenteras i januari och omtenteras i mars och i augusti

Tentamensschemat utgår från blockindelningen men avvikelser kan förekomma främst för kurser som samläses/samtenteras av flera program samt i lägre årskurs.

För kurser som av programnämnden beslutats vara vartannatårskurser ges tentamina 3 gånger endast under det år kursen ges.

För kurser som flyttas eller ställs in så att de ej ges under något eller några år ges tentamina 3 gånger under det närmast följande året med tentamenstillfällena motsvarande dem som gällde före flyttningen av kursen.

När en kurs ges för sista gången ska ordinarie tentamen och två omtentamina erbjudas. Därefter fasas examinationen ut med tre tentamina samtidigt som tentamen ges i eventuell ersättningskurs under det följande läsåret. Om ingen ersättningskurs finns ges tre tentamina i omtentamensperioder under det följande läsåret. Annan placering beslutas av programnämnden. I samtliga fall ges dessutom tentamen ytterligare en gång under det därpå följande året om inte programnämnden föreskriver annat.

Om en kurs ges i flera perioder under året (för program eller vid skilda tillfällen för olika program) beslutar programnämnden/programnämnderna gemensamt om placeringen av och antalet omtentamina.

## Omprov övriga examinerande moment

För riktlinjer för omprov vid andra examinerande moment än skriftliga tentamina, digital salstentamina och datortentamina hänvisas till de generella LiU-riktlinjerna för examination och examinator, <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>.

## Anmälan till tentamen

Fram till 31 januari 2021 gäller enligt tidigare riktlinjer: För deltagande i skriftlig tentamen, digital salstentamen och datortentamen krävs att den studerande gjort förhandsanmälan i Studentportalen under anmälningsperioden, dvs tidigast 30

dagar och senast 10 dagar före tentamensdagen. Anvisad sal meddelas fyra dagar före tentamensdagen via e-post. Studerande, som inte förhandsanmält sitt deltagande riskerar att avvisas om plats inte finns inom ramen för tillgängliga skrivningsplatser.

Från 1 februari 2021 gäller nya riktlinjer för anmälan till skriftliga salsskrivningar inklusive digitala tentamina i sal, Dnr LiU-2020-02033 (se beslut i regelsamlingen <https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>).

Teckenförklaring till tentaansmälningssystemet:

\*\* markerar att tentan ges för näst sista gången

\* markerar att tentan ges för sista gången

### **Ordningsföreskrifter för studerande vid tentamensskrivningar**

Se särskilt beslut i

regelsamlingen: <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>

### **Plussning**

Vid Tekniska högskolan vid LiU har studerande rätt att genomgå förnyad examination (s.k. plussning) för högre betyg på skriftliga tentamina, digitala salstentamina och datortentamina, dvs samtliga provmoment med modulkod TEN, DIT och DAT. På övriga examinationsmoment ges inte möjlighet till plussning, om inget annat anges i kursplan.

Plussning är ej möjlig på kurser som ingår i utfärdad examen.

### **Betyg och examinationsformer**

Företrädesvis skall betygen underkänd (U), godkänd (3), icke utan beröm godkänd (4) och med beröm godkänd (5) användas.

- Kurser med skriftlig tentamen och digital salstentamen skall ge betygen (U, 3, 4, 5).
- Kurser med stor del tillämpningsinriktade moment såsom laborationer, projekt eller grupparbeten får ges betygen underkänd (U) eller godkänd (G).
- Examensarbete samt självständigt arbete ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

### **Examinationsmoment och modulcoder**

Nedan anges vad som gäller för de examinationsmoment med tillhörande modulcod som tillämpas vid Tekniska fakulteten vid Linköpings universitet.

- Skriftlig tentamen (TEN) och digital salstentamen (DIT) skall ge betyg (U, 3, 4, 5).
- Examinationsmoment som kan ge betygen underkänd (U) eller godkänd (G) är laboration (LAB), projekt (PRA), kontrollskrivning (KTR), digital kontrollskrivning (DIK), muntlig tentamen (MUN), datortentamen (DAT), uppgift (UPG), hemtentamen (HEM).
- Övriga examinationsmoment där examinationen uppfylls framför allt



genom aktivt deltagande som basgrupp (BAS) eller moment (MOM) ger betygen underkänd (U) eller godkänd (G).

- Examinationsmomenten Opposition (OPPO) och Auskultation (AUSK) inom examensarbetet ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

Allmänt gäller att:

- Obligatoriska kursmoment skall vara poängsatta och ges en modulkod.
- Examinationsmoment som ej är poängsatt får ej vara obligatoriskt. Det är frivilligt att delta på dessa moment och information om det samt tillhörande villkor skall tydligt framgå i den beskrivande texten.
- För kurser med flera examinationsmoment med graderad betygsskala skall det anges hur slutbetyg på kursen vägs samman.

För obligatoriska moment gäller att: Om det finns särskilda skäl, och om det med hänsyn till det obligatoriska momentets karaktär är möjligt, får examinator besluta att ersätta det obligatoriska momentet med en annan likvärdig uppgift. (I enlighet med LiU-riktlinjerna

<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

För samtliga examinationsmoment gäller att: Om LiU:s koordinator för studenter med funktionsnedsättning har beviljat en student rätt till anpassad examination vid salstentamen har studenten rätt till det. Om koordinatören istället har gett studenten en rekommendation om anpassad examination eller alternativ examinationsform, får examinator besluta om detta om examinator bedömer det möjligt utifrån kursens mål. (I enlighet med LiU-riktlinjerna <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

### **Rapportering av examinationsresultat**

Rapportering av den studerandes examinationsresultat sker på respektive institution.

### **Plagiering**

Vid examination som innebär rapportskrivande och där studenten kan antas ha tillgång till andras källor (exempelvis vid självständiga arbeten, uppsatser etc) måste inlämnat material utformas i enlighet med god sed för källhänvisning (referenser eller citat med angivande av källa) vad gäller användning av andras text, bilder, idéer, data etc. Det ska även framgå ifall författaren återbrukat egen text, bilder, idéer, data etc från tidigare genomförd examination, exempelvis från kandidatarbete, projektrapporter etc. (ibland kallat självplagiering).

Underlåtelse att ange sådana källor kan betraktas som försök till vilseledande vid examination.

### **Försök till vilseledande**

Vid grundad misstanke om att en student försökt vilseleda vid examination eller när en studieprestation ska bedömas ska enligt Högskoleförordningens 10 kapitel examinator anmäla det vidare till universitetets disciplinnämnd. Möjliga konsekvenser för den studerande är en avstängning från studierna eller en

varning. För mer information  
se <https://www.student.liu.se/studenttjanster/lagar-regler-rattigheter?l=sv>.

## Regler

Universitetet är en statlig myndighet vars verksamhet regleras av lagar och förordningar, exempelvis Högskolelagen och Högskoleförordningen. Förutom lagar och förordningar styrs verksamheten av ett antal styrdokument. I Linköpings universitets egna regelverk samlas gällande beslut av regelkaraktär som fattats av universitetsstyrelse, rektor samt fakultets- och områdesstyrelser.

LiU:s regelsamling angående utbildning på grund- och avancerad nivå nås på [http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/Innehall/Utbildning\\_pa\\_grund\\_och\\_avancerad\\_niva](http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/Innehall/Utbildning_pa_grund_och_avancerad_niva).